

2. МЕТОДЫ ПОИСКА РЕШЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

2.1. Путь решения задачи

Из предыдущих примеров мы видели, что применение операторов к начальному и другим, промежуточным, состояниям меняет эти состояния, порождая новые, которых вообще-то может быть много и которые образуют то, что называется *пространством состояний*. Среди этих состояний, если модель построена корректно, рано или поздно появится одно, которое будет соответствовать целевому, и процесс поиска решения на этом будет закончен. Процесс этот может быть длинным и сложным, поэтому возникает необходимость в некотором едином методе представления множества состояний и поиска решений. Таким методом является метод, удобной графической моделью которого стал граф.

Если отождествить состояние S_n с корнем или начальной вершиной графа-дерева, то, применяя к S_n какой-либо оператор $g1 \in G$, мы порождаем новое состояние S_1 , образуя тем самым следующую вершину графа (рис. 2.1).

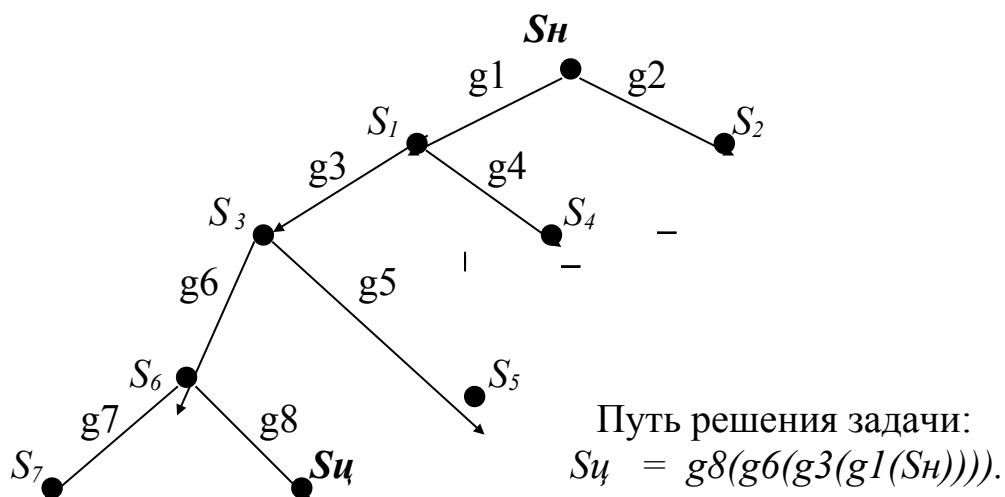


Рис. 2.1. Граф решения задачи

Эта новая вершина может быть промежуточной или целевой. Если вершина промежуточная, то процесс порождения новых вершин (с помощью операторов g_i) будет продолжен, пока не найдется целевая. Процесс применения оператора g_i к некоторой вершине называется *раскрытием вершины*. От каждой порожденной вершины

к породившей ее расставляются указатели, которые позволяют найти путь назад, к начальной вершине, после того, как обнаружена целевая. Общая процедура построения дерева в пространстве состояний при этом выглядит следующим образом.

1). К корню дерева (S_n) применяются операторы gi из множества G (их может быть несколько). Полученные при этом вершины образуют первый уровень новых вершин.

2). Каждая из вновь полученных вершин проверяется, не является ли она целевой. Если нет, то процесс продолжается по отношению к каждой из них. Образуется второй уровень вершин. Если к какой-либо вершине никакой оператор из G не применим, то эта вершина становится терминальной (конечной). Как видим, на каждом шаге проводятся две операции: порождение новой вершины и проверка, не является ли новая вершина целевой, т.е. совпадающей с целевым состоянием.

3). Когда целевая вершина найдена, в обратном направлении (от цели к началу) просматриваются указатели дуг и выделяется путь решения. Практически этот путь удобнее отображать посредством операторов, связанных с этими дугами (см. рис. 2.1).

В общем случае количество вершин может быть большим. Их последовательное раскрытие, анализ и пометка пути осложняют задачу. Возникает проблема перебора вершин: в каком порядке они будут порождаться и анализироваться. Здесь возможны следующие варианты:

1) вершины раскрываются в том же порядке, в котором они порождаются, то такой перебор называется полным перебором в ширину (*breadth - first process*);

2) на каждом шаге первой раскрывается вершина, которая была построена последней, такой процесс называется полным перебором в глубину (*depth - first process*).

В этих процессах расположение целевой вершины не влияет на порядок раскрытия, поэтому их часто называют процессами слепого перебора.

3) если есть некоторая дополнительная (эвристическая) информация о предметной области, которая позволяет делать суждения о характере графа пространства состояний и расположения цели, то такой метод построения графа называется эвристическим ("эвристический" означает "служащий открытию"). Эвристическая

информация, опирающаяся, как правило, на предыдущий опыт, позволяет выполнять поиск в наиболее перспективных направлениях.

Говоря о графе, будем рассматривать только один наиболее простой его тип - граф типа "дерево". Как известно, деревом называется граф, каждая вершина которого имеет только одну вершину, непосредственно предшествующую ей (родительскую), за исключением вершины-корня, которая предшествующих вершин не имеет.

2.2. Метод полного перебора в ширину

Как уже было сказано, в этом методе вершины раскрываются в том порядке, в котором они строятся. Основной алгоритм состоит в выполнении следующих действий.

1). Раскрывается начальная вершина S_n . Она раскрывается до тех пор, пока ее можно раскрыть, применяя один и тот же оператор (или разные, смотря по условию). При этом образуются вершины первого уровня: $S_1, S_2, S_3...$ Они раскрываются в свою очередь, и образуются вершины второго уровня и т.д. (рисунок 2.1 может служить примером этого метода: S_1 и S_2 - вершины первого уровня, S_3 и S_4 - вершины второго уровня, S_5 и S_6 - третьего и т.д.).

2). Расставляются указатели, ведущие от новых вершин к корню. Это могут быть условные имена, буквы, цифры, имена операторов и т.п.. Но могут быть и реальные величины, например, расстояния, стоимость, вес и т.д.

3). Проверяется, нет ли среди полученных вершин целевой. Если есть, то формируется решение на основе соответствующего оператора. Если целевых вершин нет, то рассматривается первая порожденная вершина и к ней применяется тот же алгоритм. После чего, переходят ко второй и т.д., пока среди получаемых вершин не окажется целевой.

Метод полного перебора в ширину гарантируют нахождение целевой вершины как раз потому, что перебор - полный. Путь достижения цели, вообще говоря, может быть много. В этом случае у нас имеется возможность выбрать наикратчайший (или самый дешевый, или самый легкий - критериев много) путь. Но может быть случай, когда граф поиска окажется бесконечным и тогда этот алгоритм никогда не кончит работу.

Таким образом, метод полного перебора гарантирует поиск оптимального решения, если дерево пространства состояний не бесконечно.

Синонимами названия метода являются: метод грубой силы, метод проб и ошибок.

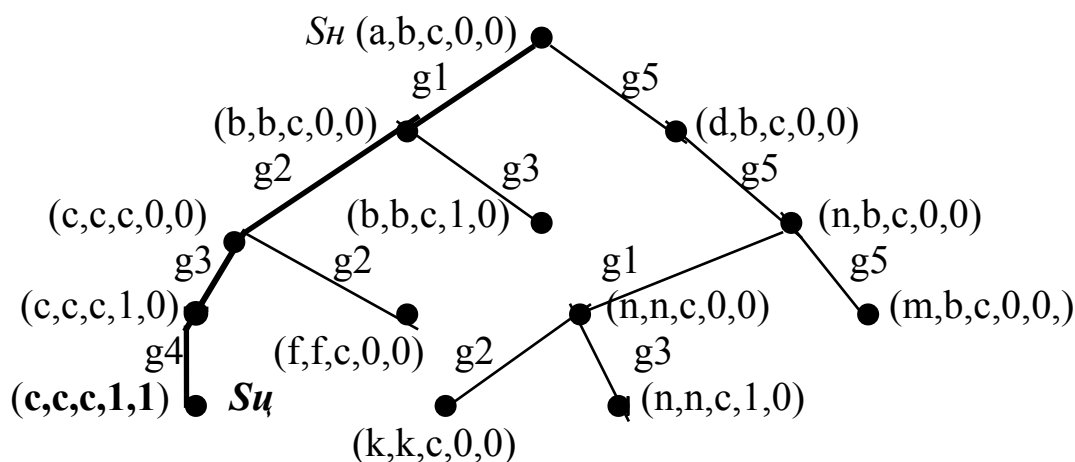


Рис. 2.2. Элемент дерева полного перебора в ширину для примера с обезьяной и бананами

На рис. 2.2 показан элемент дерева полного перебора в ширину для примера с обезьяной и бананами (для полноты изложения здесь применяется дополнительный оператор $g5$, отображающий перемещение обезьяны по комнате из точки в точку).

Корень дерева совпадает с $S_n(a,b,c,0,0)$. Точки d, f, k, n, m - координаты возможной миграции обезьяны по комнате. Таких точек, конечно, множество, но мы выбрали лишь несколько для примера. Они не приводят к решению, но теоретически вполне допустимы. Жирной линией показан путь до целевой вершины $S_u(c,c,c,1,1)$, которому соответствует последовательность операторов $g4, g3, g2, g1$. Алгоритм решения отобразится формулой

$$S_u = g4(g3(g2(g1(a,b,c,0,0)))).$$

2.3. Метод полного перебора в глубину

В отличие от метода перебора в ширину этот метод предлагает раскрывать, прежде всего, те вершины, которые были построены последними. Первой раскрываемой вершиной, а следовательно, и последней, является корневая, но процесс всегда будет идти по самой левой ветви вершин. Чтобы как-то ограничить перебор, вводится понятие глубины вершины в дереве перебора. Полагаем, что глубина корня дерева равна нулю, а глубина любой последующей вершины

равна единице плюс глубина вершины, непосредственно ей предшествующей.

Отсюда следует, что наибольшую глубину всегда будет иметь та вершина, которая должна быть в этот момент раскрыта. Если образующийся путь оказывается бесполезным, то есть при заданной глубине раскрытия целевой вершины не получилось, необходимо вернуться в вершину, предшествующую раскрытой и попытаться еще раз применить к ней операцию раскрытия. И так до тех пор, пока не будет получена целевая вершина.

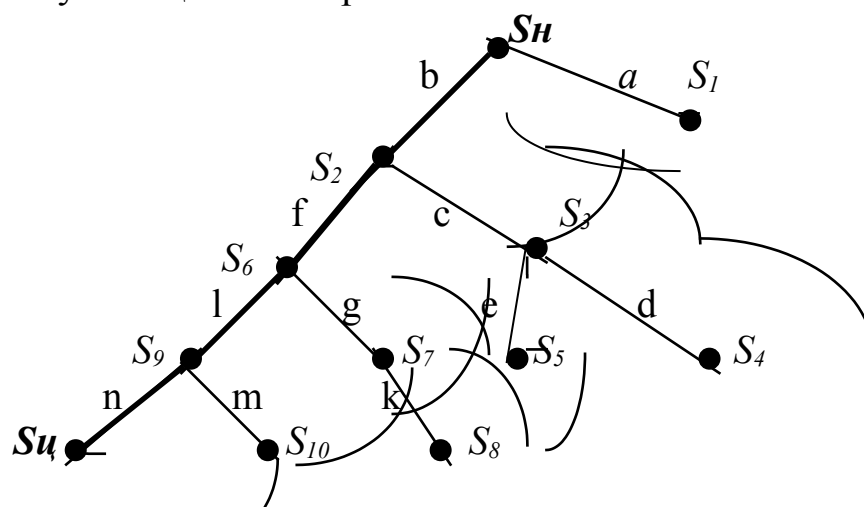


Рис. 2.3. Дерево полного перебора в глубину

Возврат осуществляется с помощью указателей. Как только в процессе порождения вершин достигается заданная граничная глубина, раскрывается вершина наибольшей глубины, не превышающая этой границы. Общая схема перебора в глубину показана на рис. 2.3.

Алгоритм перебора в глубину состоит в следующем.

- 1). Раскрывается начальная вершина соответствующая начальному состоянию S_n .
- 2) Раскрывается первая вершина, получаемая в результате раскрытия S_n . Ставится указатель.
- 3) Если она раскрывается, то следующей будет раскрываться вновь порожденная вершина. Если вершина не раскрывается, то процесс возвращается в предыдущую вершину.
- 4) По получении целевой вершины, процесс раскрытия заканчивается и по указателям строится путь, ведущий к корню. Соответствующие дугам операторы образуют решение задачи.

5). Если для заданной глубины раскрытия целевая вершина не находится, то весь процесс повторяется снова, а в качестве новой вершины рассматривается самая левая из полученных на предыдущем этапе.

Так же, как и метод поиска “в ширину”, этот метод относится к методам “грубой силы”. Он обеспечивает перебор всех состояний, если, конечно, прежде не встретит целевое.

2.4. Эвристические методы поиска в пространстве состояний

Методы полного перебора гарантируют решение задачи, если оно существует, а при наличии нескольких решений, гарантирует оптимальное. Однако на практике эти методы используются для решения лишь небольших по размерности графа состояний задач. Для реальных случаев чаще всего используется дополнительная информация, основанная на предыдущем опыте или полученная на основании теоретических выводов.

Такая информация называется *эвристической*, а организованная в правила - *эвристическими правилами* или *эвристиками*. Эвристическая информация носит сугубо специальный характер и может применяться только в рамках данной задачи, в лучшем случае, в рамках задач данного класса.

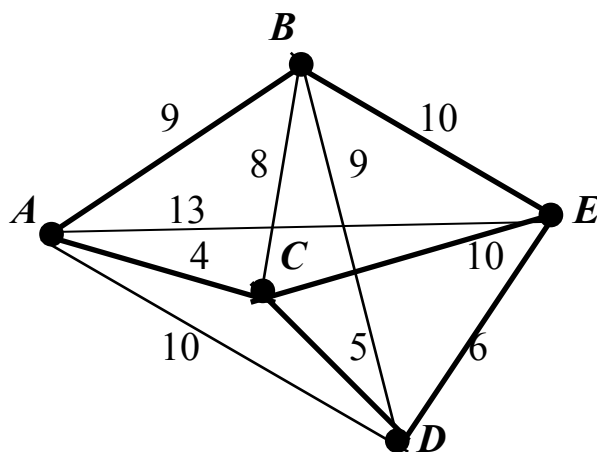


Рис. 2.4. Задача о коммивояжере

Другими словами, эвристическая информация превращает грубый перебор в упорядоченный. В качестве примера рассмотрим известную задачу о коммивояжере.

Коммивояжер должен построить свой маршрут так, чтобы побывать в каждом из n городов в точности по разу и возвратиться в исходный город. Желательно также, чтобы этот маршрут был минимальным по протяженности. Пусть $n=5$. Города обозначим через A, B, C, D, E . Длина пути от города до города задана на рис. 2.

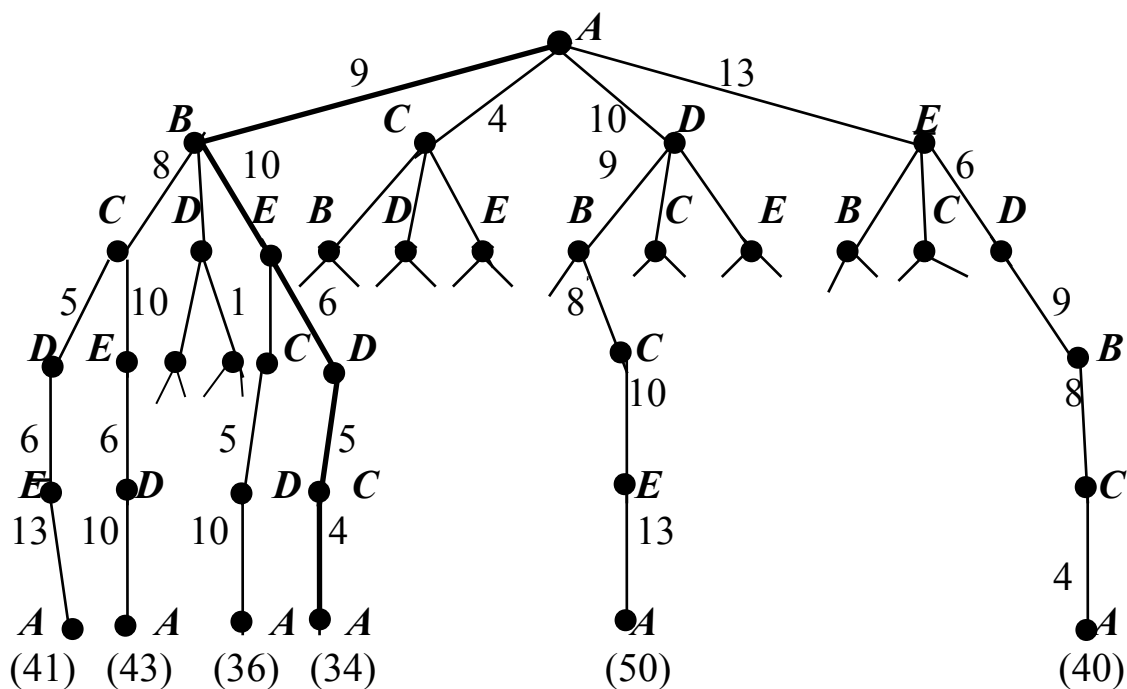


Рис. 2.5. Граф полного перебора в ширину для задачи о коммивояжере

Пусть начальным пунктом отправления будет город A , поэтому $S_n = A$. Целевое состояние - тоже A . Оператор перехода - единственный - g_1 . Граф пространства состояний этой задачи при использовании метода поиска в ширину выглядит следующим образом (рис. 2.5).

Граф полного перебора, включающий все возможные пути коммивояжера, будет содержать 24 варианта. (На рис. 2.5 показаны лишь некоторые из них). Очевидно, среди этих путей будет и самый короткий (он выделен), и самый длинный. Расстояния в километрах обозначены на каждом из отрезков. Из рисунка видно, что длина оптимального пути - 34 км (A, B, E, D, C, A) и этот путь единственный, если не считать того, что он может быть пройден в обратном порядке (A, C, D, E, B, A). (Кстати, если исключить «обратные» пути, вариантов будет всего 12).

Теперь построим решение методом поиска в глубину с использованием, например, такой эвристики: на каждом шаге первой раскрывается вершина, имеющая самую короткую длину из всех

возможных. Тогда граф поиска решений будет таким, как показано на рис.2.6.

Путь получился самый оптимальный, но так бывает не всегда. В общем случае эвристические методы не гарантируют нахождение оптимальных решений, но очень к ним близких. Зато получается большая экономия в затратах на поиск решения, что бывает очень важным фактором.

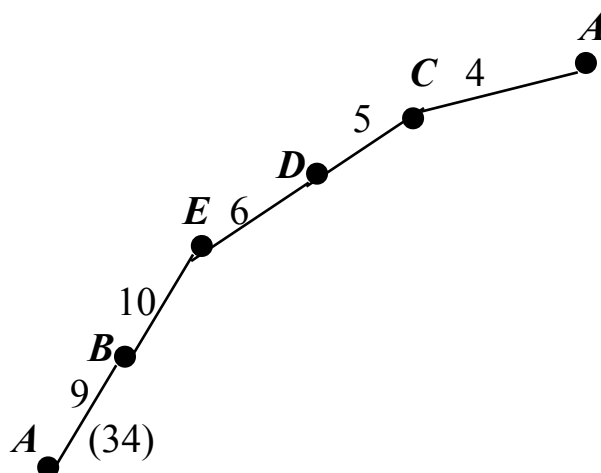


Рис. 2.6. Граф поиска решения задачи в глубину

Существует много методов применения эвристических оценочных функций [4]. Процедура перебора на заданную глубину часто называется также программированием с обратным слежением (*back - track programming*).

Возможно также использование комбинированных стратегий поиска методами и в ширину, и в глубину: перебор этапами, ограничение числа дочерних вершин, двунаправленный перебор от S_n к S_ζ и обратно, методы ветвей и границ и динамическое программирование, применяемые в исследовании операций.

Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой пространство состояний? Определите понятия начального и целевого состояний

2. В какой форме можно представить пространство состояний?
3. Какие методы поиска в пространстве состояний вы знаете?
4. Как искать решение задачи по методу полного перебора в ширину?
5. Дайте определение решению задачи на дереве пространства состояний.
6. Как определяется решение задачи по методу полного перебора в глубину?
7. Поясните алгоритм построения графа-дерева.
8. Какая информация называется эвристической?
9. В чем состоят эвристические методы перебора?
10. В чем заключаются достоинства и недостатки методов «грубой силы»?
11. Имеются три бочонка объемом в 8, 5 и 3 литров. Первый наполнен квасом, два остальных пустые. Требуется квас разделить пополам. Построить граф решения задачи по методу полного перебора в ширину.
Указание: Если вновь открытая вершина совпадает с открытой ранее, она считается конечной.
12. То же – по методу полного перебора в глубину.