

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
„МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ“

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

III семестр

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Для студентов очного обучения
факультета ИТ

МОСКВА 2013

Составители: И.М.Аксененкова, В.П.Барашев, Т.Р.Иголина,
О.А.Малыгина, А.В.Татаринцев, Н.С.Чекалкин

Редактор Н.С.Чекалкин

Рассматриваемые контрольные задания, разработанные коллективом кафедры высшей математики 2 МИРЭА, могут быть эффективным средством контроля уровня знаний студентов по теории рядов и теории функций комплексной переменной, входящим в программу II курса дневного отделения. Выполнение заданий позволит учащимся лучше подготовиться к зачетам и экзаменам МИРЭА. Типовой расчет выполняется студентами в письменном виде и сдается преподавателю до начала зачетной сессии. Приведенные в пособии вопросы к экзамену (зачету) могут быть уточнены и дополнены лектором.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета университета.

Рецензенты: Т.Н. Бобылева,
С.Е.Пастухова

© МИРЭА, 2013

Контрольные задания напечатаны в авторской редакции

Подписано в печать 00.00.2013. Формат 60 x 84 1/16.

Усл. печ. л. 00,00. Усл.кр.-отт. 00,00. Уч.изд.л. 00,00.

Тираж 100 экз. С 000

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
„Московский государственный технический университет
радиотехники, электроники и автоматики “
119454, Москва, пр.Вернадского, 78

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

III семестр

1 Типовой расчет

Задача №1

Исследовать на сходимость числовой ряд.

№		№	
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{4^n + n^2}$	2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)! + n}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1) \ln(n+1)}$	4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^3 + 3) \cos \frac{\pi}{4n}}{n \sqrt[5]{n^9 + 1}}$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)! 2^n}$	6	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \sqrt{\ln^3 n}}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$	8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{3n^2 + 4} + n!}{\sqrt[5]{n^2 + 5n} + \sin 3n}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (2n+1) \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}$	10	$\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{2n+1}{3n^3 + n + 5}$
11	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{-n}}{4n+1} \left(\frac{4n+1}{4n} \right)^2$	12	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n+2) \ln^2 n}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n} + 3} \right)^{\sqrt{n^3}} \cos \frac{\pi n}{4}$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \operatorname{tg} \frac{n+2}{n^2 + 3}$
15	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n + 2n}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1 + 2^{-n})}{\operatorname{arctg}(n^{-2})}$
17	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt[3]{n^2 + 1}}$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + \sin 3^n }{3^n}$
19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 2^n}{3^n + 3}$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 + \cos \frac{\pi n}{4}}{\left(\frac{\pi}{2} \right)^n}$

21	$\sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1) \sin \sqrt{\frac{n}{n^2 + 1}}$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^2 + 2}{n^4}$
23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n + 1}$	24	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n \sin \frac{\pi n^2}{2}}{(2n + 1)!}$
25	$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\cos \frac{2\pi}{n} \right)$	26	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{n^3} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$
27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^5 + \operatorname{arctg} n^5}{n^3}$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + n^3}{n^5}$
29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{n+2}}{(n+1) \ln^2(n+1)}$	30	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (3n)}{4^n (n+1)!} \arcsin \frac{1}{2^n}$
31	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - \arccos \left(\frac{1}{2n^2} \right)}{n!}$		

Задача №2

Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала.

№		№	
1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$	2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n(n^2+1)}}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} x^n$	4	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+2} \right)^n x^n$
5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{3n}}{\sqrt{n(n+1)}}$	6	$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3n+1}{n(n+1)} (x+1)^n$
7	$\sum_{n=1}^{\infty} (x-1)^n \sin \frac{1}{n+1}$	8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-3)^n}{\sqrt{n}}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+10)^n}{\sqrt{n(n+1)}}$	10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1} (x+7)^n$

11	$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+11)^n}{n 2^n \ln n}$	12	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n (x-2)^{2n}}{n \ln n}$
13	$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n+2}{n} \right) (x+2)^n$	14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-2)^{3n}}{\sqrt{n^3 + 2n - 1}}$
15	$\sum_{n=1}^{\infty} (2x-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}$	16	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{n 2^n}$
17	$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n \sqrt{n}} (x+1)^n$	18	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{2^n (5n-2)} (x+3)^n$
19	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt[3]{n^4 + 2n}} (x-2)^n$	20	$\sum_{n=1}^{\infty} (3x+2)^n \sin \frac{1}{n+2}$
21	$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n+3}{n+1} \right) \left(\frac{x+1}{2} \right)^n$	22	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\ln(n+2)}$
23	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n x^n}{(n+1)^n}$	24	$\sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) (x-2)^n$
25	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2^n + 3^n} x^n$	26	$\sum_{n=1}^{\infty} (x-2)^{3n} \arcsin \frac{1}{\sqrt{n}}$
27	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}} \cos \left(\frac{\pi n}{2} \right)$	28	$\sum_{n=1}^{\infty} n(2x-1)^n \operatorname{arctg} \frac{1}{n^2 + 1}$
29	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^n + 3^n}$	30	$\sum_{n=1}^{\infty} (n - \sqrt{n^2 + 1}) x^{3n}$

Задача №3

Используя разложение элементарных функций, получить разложения данных функций в степенные ряды по степеням переменной $(x - x_0)$. Указать области сходимости полученных рядов.

№		
1	$y = e^{2x}$	$x_0 = -1$

2	$y = \frac{2}{x^2 + x - 6}$	$x_0 = 0$
3	$y = \sin x \cos x$	$x_0 = 0$
4	$y = \ln(3 - 2x)$	$x_0 = -4$
5	$y = (1 - x) e^{-3x}$	$x_0 = 1$
6	$y = \frac{2x - 1}{(x - 2)(x - 3)}$	$x_0 = 1$
7	$y = x \cos 3x$	$x_0 = 0$
8	$y = \ln(2x^2 + 3x - 2)$	$x_0 = 1$
9	$y = \cos x \cos 5x$	$x_0 = 0$
10	$y = \frac{2x - 3}{2 - 5x - 3x^2}$	$x_0 = -1$
11	$y = e^{-x^2 + 6x}$	$x_0 = 3$
12	$y = \sin^2 x$	$x_0 = 0$
13	$y = \ln(x^2 + 5x + 6)$	$x_0 = 2$
14	$y = \frac{3x + 1}{2x^2 - 5x - 3}$	$x_0 = 0$
15	$y = \sin 2x \cos 2x$	$x_0 = 0$
16	$y = \sqrt{8 - x^2} + 2x$	$x_0 = 1$
17	$y = (x - 1) \ln(2x - 3)$	$x_0 = 2$

18	$y = \frac{5 - 2x}{x^2 - 2x - 8}$	$x_0 = 1$
19	$y = \cos^2 \frac{x}{2}$	$x_0 = -1$
20	$y = (x - 2) e^{-x^2 + 4x}$	$x_0 = 2$
21	$y = \ln(6x - 5 - x^2)$	$x_0 = 3$
22	$y = \sin 3x \sin x$	$x_0 = 0$
23	$y = \frac{1 - e^{-x^2}}{x^2}$	$x_0 = 0$
24	$y = \ln \sqrt[3]{\frac{1 + 2x}{1 - x}}$	$x_0 = 0$
25	$y = \frac{x^2}{(x + 1)(x + 2)}$	$x_0 = 1$
26	$y = \cos x \sin^2 x$	$x_0 = 0$
27	$y = (3 - x) e^{3x - 1}$	$x_0 = 3$
28	$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 6x + 18}}$	$x_0 = 3$
29	$y = \ln \frac{2 - x^2}{\sqrt{1 + x^2}}$	$x_0 = 0$
30	$y = \frac{x + 3}{(x + 1)(x - 2)}$	$x_0 = 0$

Задача №4

Разложить функцию $y = f(x)$, заданную на полупериоде $(0, l)$,

в ряд Фурье по косинусам для четных вариантов и по синусам для нечетных. Построить графики 2-ой, 3-ей частичных сумм. Записать равенство Парсеваля для полученного ряда.

№			№		
1	$y = 1 - 3x$	$l = 1$	2	$y = 4x + 4$	$l = 2$
3	$y = 2x + 1$	$l = 3$	4	$y = 1 - x$	$l = 4$
5	$y = 4 - 4x$	$l = 2$	6	$y = 3x + 2$	$l = 3$
7	$y = 4 - 2x$	$l = 1$	8	$y = 1 - 2x$	$l = 4$
9	$y = 4x - 1$	$l = 4$	10	$y = 2 - 3x$	$l = 3$
11	$y = 4x - 3$	$l = 2$	12	$y = x + 1$	$l = 1$
13	$y = 2x - 1$	$l = 2$	14	$y = 1 - 4x$	$l = 1$
15	$y = x - 1$	$l = 4$	16	$y = 4x + 1$	$l = 2$
17	$y = 3x - 1$	$l = 1$	18	$y = 3x + 3$	$l = 2$
19	$y = 2 - 2x$	$l = 2$	20	$y = 3 - 3x$	$l = 1$
21	$y = 3x + 1$	$l = 2$	22	$y = 2 - 4x$	$l = 1$
23	$y = 2x + 2$	$l = 4$	24	$y = 4x + 3$	$l = 1$
25	$y = 2x - 2$	$l = 3$	26	$y = 3x - 2$	$l = 2$
27	$y = 4x + 2$	$l = 1$	28	$y = 4x - 2$	$l = 2$
29	$y = 3 - 4x$	$l = 1$	30	$y = 3x - 3$	$l = 2$

Задача №5.

Изобразить на комплексной плоскости область, заданную неравенством или системой неравенств.

№		№	
1	$1 < z - 2 < 3$	2	$2 < z + 4 - 3i < 3$

3	$\begin{cases} z + i < 1 \\ \operatorname{Re} z < 0 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 0 < \operatorname{Re} z < 3 \\ -3 < \operatorname{Im} z < 0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 1 < z \cdot \bar{z} < 4 \\ \operatorname{Im} \bar{z} < 0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} z \cdot \bar{z} < 9 \\ 0 < \arg z < \frac{\pi}{3} \end{cases}$
7	$\left \frac{z-2}{z+2} \right < 1$	8	$\left \frac{z+i}{z+1} \right > 1$
9	$\begin{cases} (z-1)(\bar{z}-1) < 1 \\ \frac{\pi}{4} < \arg(z-1) < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$	10	$\operatorname{Re}\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) < \frac{4}{5}$
11	$\operatorname{Im}\left(\frac{\bar{z}}{z}\right) > \frac{4}{5}$	12	$ z < 2\operatorname{Re} z$
13	$ z > 1 + \operatorname{Im} z$	14	$\operatorname{Re}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) > 1$
15	$\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) < \frac{1}{2}$	16	$ z < \operatorname{Re}(1+z)$
17	$\operatorname{Re}(z^2) < 1$	18	$\operatorname{Im}(\bar{z}^2) > 2$
19	$\operatorname{Re}(z^2 - \bar{z}) < 0$	20	$\operatorname{Im}(z^2 + 2i) > 0$
21	$z^2 + \bar{z}^2 > 2$	22	$\operatorname{Im}(z^2 - 2\bar{z}) > 2$
23	$ z-2 < 1-\bar{z} $	24	$ z+2 > \bar{z}-i $
25	$\frac{1}{4} < \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) + \operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) < \frac{1}{2}$	26	$\frac{1}{6} < \operatorname{Re}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) - \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) < \frac{1}{4}$
27	$ z-1 + z+1 < 8$	28	$4 < z-i + z+i < 8$

29	$0 < \arg \left(\frac{i - z}{i + z} \right) < \frac{\pi}{2}$	30	$\frac{\pi}{2} < \arg \left(\frac{z - 1}{z + 1} \right) < \pi$
----	---	----	---

Задача №6.

Решить уравнения. Корни уравнения изобразить на комплексной плоскости.

№	
1	$z^3 - 27 = 0$
2	$e^z + 3i = 0$
3	$z^3 - 8i = 0$
4	$e^z + 5\sqrt{2} - 7 = 0$
5	$z^4 + 16 = 0$
6	$e^{2z} + 3e^z - 4 = 0$
7	$z^6 + 16z^3 + 64 = 0$
8	$\sin z = 2$
9	$z^8 + \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^2 = 0$
10	$\cos z = -3$
11	$z^6 + i \frac{2+i}{1-2i} = 0$
12	$\operatorname{sh} z = -5$
13	$z^4 - z^2 + 1 = 0$
14	$\operatorname{ch} z = 6$
15	$z^4 + 8iz^2 - 16 = 0$
16	$\sin z = -3i$

17	$z^4 + 2z^2 + 4 = 0$
18	$\cos z = 2i$
19	$z^4 - 2(1 + \sqrt{3}i)z^2 - 2(1 - \sqrt{3}i) = 0$
20	$\operatorname{sh} z = -4i$
21	$z^6 + 8\sqrt{2}(1 - i)z^3 - 64i = 0$
22	$\operatorname{tg} z = -2i$
23	$z^6 + 12iz^4 - 48z^2 - 64i = 0$
24	$\operatorname{th} z = 3$
25	$z^3 + 3z^2 + 3z + 9 = 0$
26	$\sin z + \cos z = 2$
27	$z^3 - 6iz^2 - 12z + 8i + 1 = 0$
28	$\sin z - \cos z = 3$
29	$2 \operatorname{ch} z + \operatorname{sh} z - 4$

Задача №7.

а) Проверить, является ли функция $f(z)$ аналитической, используя условия Коши-Римана.

№		№	
1	$f(z) = ie^{3z-i^2}$	2	$f(z) = z^2 + 5\bar{z} - 7i$
3	$f(z) = \cos(iz - 1)$	4	$f(z) = \cos(i\bar{z} - 1)$
5	$f(z) = \operatorname{sh} 2z + i$	6	$f(z) = \frac{i}{z} + z^2$
7	$f(z) = (iz)^2 + 5z + 3i$	8	$f(z) = z z + i$

9	$f(z) = ie^{(iz-1)}$	10	$f(z) = \sin(zi + 2)$
11	$f(z) = \operatorname{ch} 3z - i$	12	$f(z) = z\bar{z} + z^2 + 4$
13	$f(z) = 3z^2 - 4z + 2i$	14	$f(z) = \operatorname{sh} iz + \operatorname{Re} z$
15	$f(z) = ie^{5z} + z$	16	$f(z) = i z - z^2$
17	$f(z) = iz \cdot \operatorname{Re} 5z$	18	$f(z) = \cos i(z + i)$
19	$(z + 2) \cdot \operatorname{Im} 3z$	20	$f(z) = \frac{\operatorname{Re} 2z}{z}$
21	$f(z) = i(z + i)^2 - 4z$	22	$f(z) = \cos(\bar{z} + i)$
23	$f(z) = ze^{-3z} - i$	24	$f(z) = \frac{4}{z} - \operatorname{Im} z$
25	$f(z) = i \operatorname{ch} iz$	26	$f(z) = (2z + 5i)\operatorname{Re} z$
27	$f(z) = \cos iz - \operatorname{ch} z$	28	$f(z) = \frac{z}{ z } i$
29	$f(z) = -iz^3 + 2i$	30	$f(z) = ie^z + (z + i)^2$
31	$f(z) = \ln z + i \arg z$	32	$f(z) = \bar{z}e^z + iz^2$
33	$f(z) = 3(z + i)^2 + z - 2$	34	$f(z) = (z - 2i)^2 + 2z + 3$

б) Показать, что заданные функции являются гармоническими. Восстановить аналитическую функцию $f(z)$ по ее действительной части $u(x, y)$ или мнимой $\nu(x, y)$ и значению $f(z_0)$.

№		
1	$u = \sin 3x \operatorname{ch} 3y$	$f(0) = 0$
2	$\nu = \sin(2 - x) \operatorname{sh} y$	$f(2) = 1$
3	$u = \cos \frac{y}{2} \operatorname{ch} \frac{x}{2}$	$f(0) = 1$
4	$\nu = x^2 - y^2 + 2x$	$f(i) = 2i - 1$
5	$u = e^{2x} \cos(2y + 1)$	$f\left(-\frac{i}{2}\right) = 1$

6	$\nu = \cos 4x \operatorname{ch} 4y$	$f(0) = 1$
7	$\nu = \sin(y - 2) \operatorname{sh} x$	$f(2i) = 1$
8	$\nu = -\cos 2x \operatorname{sh} 2y$	$f(0) = 0$
9	$u = \frac{x}{x^2 + y^2}$	$f(\pi) = \frac{1}{\pi}, z \neq 0$
10	$\nu = e^{-y} \sin x + y$	$f(0) = 1$
11	$u = \frac{e^{2x} + 1}{e^x} \cos y$	$f(0) = 2$
12	$u = \sin x \operatorname{ch}(y - 2)$	$f(2i) = 0$
13	$\nu = -\frac{1}{2} \sin 2x \frac{e^{4y} - 1}{e^{2y}}$	$f(0) = 1$
14	$\nu = \sin y \operatorname{ch}(x - 3)$	$f(3) = 0$
15	$u = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$	$f(1) = 0, z \neq 0$
16	$\nu = e^{2x} \sin(2y + 1)$	$f\left(\frac{i}{2}\right) = 1$
17	$\nu = x^2 - y^2 + x$	$f(i) = -1$
18	$\nu = \cos x \operatorname{sh}(y + 3)$	$f(-3i) = 0$
19	$\nu = 10xy - 6y$	$f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$
20	$\nu = \sin 2y \operatorname{ch}(2x - 1)$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$
21	$\nu = e^{2y} \cos 2x + y$	$f(0) = i$
22	$u = \cos \frac{x}{3} \operatorname{ch} \frac{y}{3}$	$f(0) = 1$
23	$\nu = \sin(2y + 3) \operatorname{sh} 2x$	$f(0) = \cos 3$
24	$u = \sin y \operatorname{ch} x$	$f(0) = 0$
25	$\nu = -(e^{2y} \sin 2x + x)$	$f(0) = 0$
26	$u = \cos x \operatorname{ch}(y - 3)$	$f(3i) = 1$

27	$\nu = \sin y \operatorname{ch}(x + 1)$	$f(-1) = 0$
28	$u = e^{-y} \cos x + x$	$f(0) = 1$
29	$\nu = \frac{e^{2x} - 1}{e^x} \sin y$	$f(0) = 2$
30	$u = \sin x \operatorname{sh} y$	$f(0) = i$

Задача №8.

Найти все особые точки функции $f(z)$ и установить их тип.

№		№	
1	$f(z) = \frac{z^3}{1 + z^4}$	2	$f(z) = e^{\frac{1}{z-2}}$
3	$f(z) = \frac{\sin z}{z^2}$	4	$f(z) = z^2 \left(\frac{1}{z} - \sin \frac{1}{z} \right)$
5	$f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^3}$	6	$f(z) = \frac{1}{z + z^2}$
7	$f(z) = \frac{z + 1}{z^4 + 16}$	8	$f(z) = \frac{1}{(1 - z)^3(z + 2)^2}$
9	$f(z) = \frac{1}{z + 2} e^{\frac{1}{z+2}}$	10	$f(z) = \frac{e^z}{1 + z^2}$
11	$f(z) = \frac{\sin z}{z(z^3 + 1)}$	12	$f(z) = \frac{1}{z^5 - 4z^3}$
13	$f(z) = \frac{\sin z}{z^3(z - 1)^3}$	14	$f(z) = \frac{e^z - 1}{z^2(z + 1)}$
15	$f(z) = \frac{\cos z}{(z^3 + 1)z^2}$	16	$f(z) = \frac{z^3 + 1}{(z + 3)^2(z + 1)}$
17	$f(z) = \frac{z^2}{1 - \cos z}$	18	$f(z) = \frac{1 - \cos 2z}{z^2(z + 1)}$

19	$f(z) = \frac{1}{z^3} \cos \frac{1}{z}$	20	$f(z) = \frac{1}{z(1 - e^{2z})}$
21	$f(z) = \frac{e^z}{(z^2 + 4)(z - 1)}$	22	$f(z) = \frac{1}{z^4 - z^2}$
23	$f(z) = \frac{\sin(z - 3)}{(z - 3)(z - 4)^2}$	24	$f(z) = \frac{\cos(z - 5) - 1}{(z - 5)^3(z + 3)}$
25	$f(z) = \frac{\sin(z - 1)}{(z - 1)^3(z + 4)^3}$	26	$f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z-2}}}{(z - 2)^2(z + 3)^3}$
27	$f(z) = (z - 1)e^{\frac{1}{(z-1)^3}}$	28	$f(z) = \frac{1 - e^{z-2}}{(z - 2)(z + 3)^3}$
29	$f(z) = z^2 \left(\frac{1}{z} - \cos \frac{1}{z} \right)$	30	$f(z) = \frac{z^2 + 3}{z^2 - z - 2}$

Задача №9.

Вычислить интеграл по замкнутому контуру $\int_C f(z)dz$ с помощью вычетов.

№	$f(z)$	C
1	$\frac{\cos \pi z}{(2z - 1)^2}$	$ z = 1$
2	$\frac{z}{\operatorname{sh}^2 \pi z}$	$ z = \frac{1}{2}$
3	$\frac{\operatorname{sh} \pi z}{(z + 4)(z^2 + 4)}$	$ z = 5$
4	$\frac{1}{z^4 + 16}$	$ z - 2 = 2$
5	$\frac{z}{z^3 + 8}$	$ z - 2 = 2\sqrt{2}$
6	$\frac{2z - 1}{\cos^2 \pi z}$	$\left z - \frac{1}{2} \right = \frac{1}{2}$

7	$\frac{e^z}{z(z^2 + 2z + 5)}$	$ z + 1 - 2i = 1$
8	$\frac{\sin 2z}{z^2(z^2 + 4)}$	$ z = 1$
9	$\frac{\sin z}{z^2(z - 2)^2}$	$ z = 1$
10	$\frac{z^3}{z^4 - 1}$	$ z + 1 = 1$
11	$\frac{z}{(z - 1)(z - 2)^2}$	$ z - 2 = \frac{1}{2}$
12	$\frac{\cos z}{z^3 - z^2 - 2z}$	$ z + 1 = 2$
13	$\frac{\operatorname{sh} z}{z(z^2 + 2z + 5)}$	$ z + 1 + 2i = 1$
14	$\frac{e^z}{z(z - 1)^2(z - 4)}$	$ z = 2$
15	$\frac{\cos z}{z^2(z + 1)}$	$ z = \frac{1}{2}$
16	$\frac{e^z}{z^4 + 8z^2 - 9}$	$ z = 2$
17	$\frac{e^z}{z(z - \pi i)}$	$ z - 3i = 1$
18	$\frac{z + 1}{z(z - 1)^2(z - 3)}$	$ z = 2$
19	$\frac{e^z}{z^3(z - 2)^2}$	$ z - 2 = 1$
20	$\frac{e^z}{(z - 1)^2 z}$	$ z - 2 = \frac{3}{2}$
21	$\frac{z}{z^4 + 1}$	$(x - 1)^2 + \frac{y^2}{8} = 1$
22	$\frac{1}{(z + 2)^2(z - 3)^2}$	$ z + 2 = 1$

23	$\frac{z}{\cos z}$	$ z - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$
24	$\frac{\operatorname{ch}^2 z}{z^2(z+2)(z-1)}$	$ z+1 = \frac{3}{2}$
25	$\frac{z^2+1}{\operatorname{sh} 2z}$	$ z - \frac{\pi i}{2} = 1$
26	$\frac{4}{\operatorname{ch} z}$	$ z = 2$
27	$\frac{1}{(z^2+4)^3}$	$\frac{(y-1)^2}{4} + x^2 = 1$
28	$\operatorname{ctg} 3z$	$ z - \frac{\pi}{2} = 1$
29	$e^{\frac{z}{1-z}}$	$ z = 2$
30	$z^3 e^{\frac{1}{z}}$	$ z = 1$

Задача №10.

Вычислить несобственный интеграл $\int_a^b f(x) dx$ с помощью вычетов.

№	$f(x)$	(a, b)
1	$\frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+9)}$	$(0, +\infty)$
2	$\frac{(x^2+2)}{(x^2+1)(x^2+9)}$	$(-\infty, +\infty)$
3	$\frac{x-3}{x^4+5x^2+4}$	$(-\infty, +\infty)$
4	$\frac{(x+1)\cos 3x}{x^2+4x+104}$	$(-\infty, +\infty)$

5	$\frac{(x+1)\sin 2x}{x^2+2x+2}$	$(-\infty, +\infty)$
6	$\frac{x^2-x+2}{x^4+10x^2+9}$	$(-\infty, +\infty)$
7	$\frac{(x-1)\cos x}{x^2-4x+5}$	$(-\infty, +\infty)$
8	$\frac{x^2}{(x^2+4)^2}$	$(-\infty, +\infty)$
9	$\frac{x^2+1}{x^4+1}$	$(0, +\infty)$
10	$\frac{x^3\sin x}{x^4+5x^2+4}$	$(-\infty, +\infty)$
11	$\frac{1}{(x^2+9)(x^2+1)^2}$	$(-\infty, +\infty)$
12	$\frac{x\sin x}{x^2+2x+10}$	$(-\infty, +\infty)$
13	$\frac{1}{(x^2+1)^3}$	$(0, +\infty)$
14	$\frac{(x^2+1)}{(x^2+9)(x^2+16)}$	$(-\infty, +\infty)$
15	$\frac{x\cos x}{x^2-2x+10}$	$(-\infty, +\infty)$
16	$\frac{(x^3+5x)\sin x}{x^4+10x^2+9}$	$(0, +\infty)$
17	$\frac{x^2}{(x^2+4)^3}$	$(0, +\infty)$
18	$\frac{x^2+5}{x^4+5x^2+6}$	$(-\infty, +\infty)$
19	$\frac{x^2+2}{x^4+7x^2+12}$	$(-\infty, +\infty)$

20	$\frac{1}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 16)}$	$(-\infty, +\infty)$
21	$\frac{x \sin x}{x^2 + 9}$	$(0, +\infty)$
22	$\frac{\cos x}{x^2 + 4}$	$(0, +\infty)$
23	$\frac{x^4 + 1}{x^6 + 1}$	$(-\infty, +\infty)$
24	$\frac{x \sin x}{(x^2 + 1)^2}$	$(0, +\infty)$
25	$\frac{\cos x}{x^2 + 9}$	$(0, +\infty)$
26	$\frac{x \sin x}{x^4 + 5x^2 + 4}$	$(-\infty, +\infty)$
27	$\frac{2x^2 + 13x}{x^4 + 13x^2 + 36}$	$(-\infty, +\infty)$
28	$\frac{x^2 + 2}{x^4 + 7x^2 + 12}$	$(-\infty, +\infty)$
29	$\frac{1}{(x^2 + 1)^4}$	$(-\infty, +\infty)$
30	$\frac{x \cos x}{x^4 + 5x^2 + 6}$	$(-\infty, +\infty)$