

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
„МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ“

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

III семестр

### КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Для студентов очного обучения  
факультета ИТ

МОСКВА 2013

Составители: И.М.Аксененкова, В.П.Барашев, Т.Р.Иголина,  
О.А.Малыгина, А.В.Татаринцев, Н.С.Чекалкин

Редактор Н.С.Чекалкин

Рассматриваемые контрольные задания, разработанные коллективом кафедры высшей математики 2 МИРЭА, могут быть эффективным средством контроля уровня знаний студентов по теории рядов и теории функций комплексной переменной, входящим в программу II курса дневного отделения. Выполнение заданий позволит учащимся лучше подготовиться к зачетам и экзаменам МИРЭА. Типовой расчет выполняется студентами в письменном виде и сдается преподавателю до начала зачетной сессии. Приведенные в пособии вопросы к экзамену (зачету) могут быть уточнены и дополнены лектором.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета университета.

Рецензенты: Т.Н. Бобылева,  
С.Е.Пастухова

© МИРЭА, 2013

Контрольные задания напечатаны в авторской редакции

Подписано в печать 00.00.2013. Формат 60 x 84 1/16.

Усл. печ. л. 00,00. Усл.кр.-отт. 00,00. Уч.изд.л. 00,00.

Тираж 100 экз. С 000

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
„Московский государственный технический университет  
радиотехники, электроники и автоматики “  
119454, Москва, пр.Вернадского, 78



ИТ, 2к. Всем Рядн

3 N1

ТФКМ

1

# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

## III семестр

### 1 Типовой расчет

#### Задача №1

Исследовать на сходимость числовой ряд.

| №  |                                                                                                          | №  |                                                                                    |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{4^n + n^2}$                                                              | 2  | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)! + n}$                                       |
| 3  | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1) \ln(n+1)}$                                                         | 4  | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^3 + 3) \cos \frac{\pi}{4n}}{n \sqrt[5]{n^9 + 1}}$    |
| 5  | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)! 2^n}$                                                               | 6  | $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \sqrt{\ln^3 n}}$                               |
| 7  | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$                                  | 8  | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{3n^2 + 4} + n!}{\sqrt[5]{n^2 + 5n} + \sin 3n}$ |
| 9  | $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n (2n+1) \left( \frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}$                                    | 10 | $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{2n+1}{3n^3 + n + 5}$                            |
| 11 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{-n}}{4n+1} \left( \frac{4n+1}{4n} \right)^2$                               | 12 | $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n+2) \ln^2 n}$                                     |
| 13 | $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n} + 3} \right)^{\sqrt{n^3}} \cos \frac{\pi n}{4}$ | 14 | $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \operatorname{tg} \frac{n+2}{n^2 + 3}$                  |
| 15 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n + 2n}$                                                               | 16 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1 + 2^{-n})}{\operatorname{arctg}(n^{-2})}$         |
| 17 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt[3]{n^2 + 1}}$  | 18 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 +  \sin 3^n }{3^n}$                                   |

N1

N 1,2

|    |                                                                                  |    |                                                                                                 |
|----|----------------------------------------------------------------------------------|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 19 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 2^n}{3^n + 3}$                                    | 20 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 + \cos \frac{\pi n}{4}}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^n}$             |
| 21 | $\sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1) \sin \sqrt{\frac{n}{n^2 + 1}}$ | 22 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^2 + 2}{n^4}$                                                   |
| 23 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n + 1}$                                         | 24 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n \sin \frac{\pi n^2}{2}}{(2n + 1)!}$                              |
| 25 | $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( \cos \frac{2\pi}{n} \right)$                     | 26 | $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{n^3} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$                        |
| 27 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^5 + \operatorname{arctg} n^5}{n^3}$                | 28 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + n^3}{n^5}$                                                     |
| 29 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{n+2}}{(n+1) \ln^2(n+1)}$   | 30 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (3n)}{4^n (n+1)!} \arcsin \frac{1}{2^n}$ |
| 31 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - \arccos \left( \frac{1}{2n^2} \right)}{n!}$    |    |                                                                                                 |

## Задача №2

Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала.

| № |                                                               | № |                                                              |
|---|---------------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------------------|
| 1 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$                         | 2 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n(n^2+1)}}$        |
| 3 | $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} x^n$          | 4 | $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{3n+2} \right)^n x^n$   |
| 5 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{3n}}{\sqrt{n(n+1)}}$ | 6 | $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{3n+1}{n(n+1)} (x+1)^n$ |

N 1,2

1,2



n 2, 3

2, 3

|    |                                                                                         |    |                                                                         |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|-------------------------------------------------------------------------|
| 7  | $\sum_{n=1}^{\infty} (x-1)^n \sin \frac{1}{n+1}$                                        | 8  | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-3)^n}{\sqrt{n}}$                      |
| 9  | $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+10)^n}{\sqrt{n(n+1)}}$                             | 10 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1} (x+7)^n$                      |
| 11 | $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+11)^n}{n 2^n \ln n}$                               | 12 | $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n (x-2)^{2n}}{n \ln n}$                    |
| 13 | $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( \frac{n+2}{n} \right) (x+2)^n$                          | 14 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-2)^{3n}}{\sqrt{n^3+2n-1}}$               |
| 15 | $\sum_{n=1}^{\infty} (2x-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}$                            | 16 | $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{n 2^n}$                   |
| 17 | $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n \sqrt{n}} (x+1)^n$                                  | 18 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{2^n (5n-2)} (x+3)^n$ |
| 19 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt[3]{n^4+2n}} (x-2)^n$                         | 20 | $\sum_{n=1}^{\infty} (3x+2)^n \sin \frac{1}{n+2}$                       |
| 21 | $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( \frac{n+3}{n+1} \right) \left( \frac{x+1}{2} \right)^n$ | 22 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\ln(n+2)}$                          |
| 23 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n x^n}{(n+1)^n}$                                           | 24 | $\sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) (x-2)^n$                   |
| 25 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2^n + 3^n} x^n$                                         | 26 | $\sum_{n=1}^{\infty} (x-2)^{3n} \arcsin \frac{1}{\sqrt{n}}$             |
| 27 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}} \cos \left( \frac{\pi n}{2} \right)$          | 28 | $\sum_{n=1}^{\infty} n(2x-1)^n \operatorname{arctg} \frac{1}{n^2+1}$    |
| 29 | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^n + 3^n}$                                         | 30 | $\sum_{n=1}^{\infty} (n - \sqrt{n^2+1}) x^{3n}$                         |

## Задача №3

Используя разложение элементарных функций, получить раз-

2, 3

№3,

ложения данных функций в степенные ряды по степеням переменной  $(x - x_0)$ . Указать области сходимости полученных рядов.

| №  |                                     |            |
|----|-------------------------------------|------------|
| 1  | $y = e^{2x}$                        | $x_0 = -1$ |
| 2  | $y = \frac{2}{x^2 + x - 6}$         | $x_0 = 0$  |
| 3  | $y = \sin x \cos x$                 | $x_0 = 0$  |
| 4  | $y = \ln(3 - 2x)$                   | $x_0 = -4$ |
| 5  | $y = (1 - x) e^{-3x}$               | $x_0 = 1$  |
| 6  | $y = \frac{2x - 1}{(x - 2)(x - 3)}$ | $x_0 = 1$  |
| 7  | $y = x \cos 3x$                     | $x_0 = 0$  |
| 8  | $y = \ln(2x^2 + 3x - 2)$            | $x_0 = 1$  |
| 9  | $y = \cos x \cos 5x$                | $x_0 = 0$  |
| 10 | $y = \frac{2x - 3}{2 - 5x - 3x^2}$  | $x_0 = -1$ |
| 11 | $y = e^{-x^2 + 6x}$                 | $x_0 = 3$  |
| 12 | $y = \sin^2 x$                      | $x_0 = 0$  |
| 13 | $y = \ln(x^2 + 5x + 6)$             | $x_0 = 2$  |



|    |                                      |            |
|----|--------------------------------------|------------|
| 14 | $y = \frac{3x+1}{2x^2-5x-3}$         | $x_0 = 0$  |
| 15 | $y = \sin 2x \cos 2x$                | $x_0 = 0$  |
| 16 | $y = \sqrt{8-x^2+2x}$                | $x_0 = 1$  |
| 17 | $y = (x-1) \ln(2x-3)$                | $x_0 = 2$  |
| 18 | $y = \frac{5-2x}{x^2-2x-8}$          | $x_0 = 1$  |
| 19 | $y = \cos^2 \frac{x}{2}$             | $x_0 = -1$ |
| 20 | $y = (x-2) e^{-x^2+4x}$              | $x_0 = 2$  |
| 21 | $y = \ln(6x-5-x^2)$                  | $x_0 = 3$  |
| 22 | $y = \sin 3x \sin x$                 | $x_0 = 0$  |
| 23 | $y = \frac{1-e^{-x^2}}{x^2}$         | $x_0 = 0$  |
| 24 | $y = \ln \sqrt[3]{\frac{1+2x}{1-x}}$ | $x_0 = 0$  |
| 25 | $y = \frac{x^2}{(x+1)(x+2)}$         | $x_0 = 1$  |
| 26 | $y = \cos x \sin^2 x$                | $x_0 = 0$  |
| 27 | $y = (3-x) e^{3x-1}$                 | $x_0 = 3$  |

N 3, 4

3, 4

|    |                                          |           |
|----|------------------------------------------|-----------|
| 28 | $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 6x + 18}}$     | $x_0 = 3$ |
| 29 | $y = \ln \frac{2 - x^2}{\sqrt{1 + x^2}}$ | $x_0 = 0$ |
| 30 | $y = \frac{x + 3}{(x + 1)(x - 2)}$       | $x_0 = 0$ |

## Задача №4

Разложить функцию  $y = f(x)$ , заданную на полупериоде  $(0, l)$ , в ряд Фурье по косинусам для четных вариантов и по синусам для нечетных. Построить графики 2-ой, 3-ей частичных сумм. Записать равенство Парсеваля для полученного ряда.

| №  |              |         | №  |              |         |
|----|--------------|---------|----|--------------|---------|
| 1  | $y = 1 - 3x$ | $l = 1$ | 2  | $y = 4x + 4$ | $l = 2$ |
| 3  | $y = 2x + 1$ | $l = 3$ | 4  | $y = 1 - x$  | $l = 4$ |
| 5  | $y = 4 - 4x$ | $l = 2$ | 6  | $y = 3x + 2$ | $l = 3$ |
| 7  | $y = 4 - 2x$ | $l = 1$ | 8  | $y = 1 - 2x$ | $l = 4$ |
| 9  | $y = 4x - 1$ | $l = 4$ | 10 | $y = 2 - 3x$ | $l = 3$ |
| 11 | $y = 4x - 3$ | $l = 2$ | 12 | $y = x + 1$  | $l = 1$ |
| 13 | $y = 2x - 1$ | $l = 2$ | 14 | $y = 1 - 4x$ | $l = 1$ |
| 15 | $y = x - 1$  | $l = 4$ | 16 | $y = 4x + 1$ | $l = 2$ |
| 17 | $y = 3x - 1$ | $l = 1$ | 18 | $y = 3x + 3$ | $l = 2$ |
| 19 | $y = 2 - 2x$ | $l = 2$ | 20 | $y = 3 - 3x$ | $l = 1$ |
| 21 | $y = 3x + 1$ | $l = 2$ | 22 | $y = 2 - 4x$ | $l = 1$ |
| 23 | $y = 2x + 2$ | $l = 4$ | 24 | $y = 4x + 3$ | $l = 1$ |
| 25 | $y = 2x - 2$ | $l = 3$ | 26 | $y = 3x - 2$ | $l = 2$ |

N 3, 4

3, 4



N 4,5

4,5

|    |              |         |    |              |         |
|----|--------------|---------|----|--------------|---------|
| 27 | $y = 4x + 2$ | $l = 1$ | 28 | $y = 4x - 2$ | $l = 2$ |
| 29 | $y = 3 - 4x$ | $l = 1$ | 30 | $y = 3x - 3$ | $l = 2$ |

**Задача №5.**

Изобразить на комплексной плоскости область, заданную неравенством или системой неравенств.

| №  |                                                                                                | №  |                                                                                         |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | $1 <  z - 2  < 3$                                                                              | 2  | $2 <  z + 4 - 3i  < 3$                                                                  |
| 3  | $\begin{cases}  z + i  < 1 \\ \operatorname{Re} z < 0 \end{cases}$                             | 4  | $\begin{cases} 0 < \operatorname{Re} z < 3 \\ -3 < \operatorname{Im} z < 0 \end{cases}$ |
| 5  | $\begin{cases} 1 < z \cdot \bar{z} < 4 \\ \operatorname{Im} \bar{z} < 0 \end{cases}$           | 6  | $\begin{cases} z \cdot \bar{z} < 9 \\ 0 < \arg z < \frac{\pi}{3} \end{cases}$           |
| 7  | $\left  \frac{z-2}{z+2} \right  < 1$                                                           | 8  | $\left  \frac{z+i}{z+1} \right  > 1$                                                    |
| 9  | $\begin{cases} (z-1)(\bar{z}-1) < 1 \\ \frac{\pi}{4} < \arg(z-1) < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$ | 10 | $\operatorname{Re}\left(\frac{z}{\bar{z}}\right) < \frac{4}{5}$                         |
| 11 | $\operatorname{Im}\left(\frac{\bar{z}}{z}\right) > \frac{4}{5}$                                | 12 | $ z  < 2\operatorname{Re} z$                                                            |
| 13 | $ z  > 1 + \operatorname{Im} z$                                                                | 14 | $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) > 1$                                   |
| 15 | $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) < \frac{1}{2}$                                      | 16 | $ z  < \operatorname{Re}(1+z)$                                                          |

N 4,5

4,5

|    |                                                                                             |    |                                                                                                   |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 17 | $Re(z^2) < 1$                                                                               | 18 | $Im(\bar{z}^2) > 2$                                                                               |
| 19 | $Re(z^2 - \bar{z}) < 0$                                                                     | 20 | $Im(z^2 + 2i) > 0$                                                                                |
| 21 | $z^2 + \bar{z}^2 > 2$                                                                       | 22 | $Im(z^2 - 2\bar{z}) > 2$                                                                          |
| 23 | $ z - 2  <  1 - \bar{z} $                                                                   | 24 | $ z + 2  >  \bar{z} - i $                                                                         |
| 25 | $\frac{1}{4} < Re\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) + Im\left(\frac{1}{z}\right) < \frac{1}{2}$ | 26 | $\frac{1}{6} < Re\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) - Im\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) < \frac{1}{4}$ |
| 27 | $ z - 1  +  z + 1  < 8$                                                                     | 28 | $4 <  z - i  +  z + i  < 8$                                                                       |
| 29 | $0 < \arg\left(\frac{i - z}{i + z}\right) < \frac{\pi}{2}$                                  | 30 | $\frac{\pi}{2} < \arg\left(\frac{z - 1}{z + 1}\right) < \pi$                                      |

**Задача №6.**

Решить уравнения. Корни уравнения изобразить на комплексной плоскости.

| № |                           |
|---|---------------------------|
| 1 | $z^3 - 27 = 0$            |
| 2 | $e^z + 3i = 0$            |
| 3 | $z^3 - 8i = 0$            |
| 4 | $e^z + 5\sqrt{2} - 7 = 0$ |
| 5 | $z^4 + 16 = 0$            |
| 6 | $e^{2z} + 3e^z - 4 = 0$   |
| 7 | $z^6 + 16z^3 + 64 = 0$    |
| 8 | $\sin z = 2$              |



N6

|    |                                                    |
|----|----------------------------------------------------|
| 9  | $z^8 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 = 0$         |
| 10 | $\cos z = -3$                                      |
| 11 | $z^6 + i \frac{2+i}{1-2i} = 0$                     |
| 12 | $\operatorname{sh} z = -5$                         |
| 13 | $z^4 - z^2 + 1 = 0$                                |
| 14 | $\operatorname{ch} z = 6$                          |
| 15 | $z^4 + 8iz^2 - 16 = 0$                             |
| 16 | $\sin z = -3i$                                     |
| 17 | $z^4 + 2z^2 + 4 = 0$                               |
| 18 | $\cos z = 2i$                                      |
| 19 | $z^4 - 2(1 + \sqrt{3}i)z^2 - 2(1 - \sqrt{3}i) = 0$ |
| 20 | $\operatorname{sh} z = -4i$                        |
| 21 | $z^6 + 8\sqrt{2}(1-i)z^3 - 64i = 0$                |
| 22 | $\operatorname{tg} z = -2i$                        |
| 23 | $z^6 + 12iz^4 - 48z^2 - 64i = 0$                   |
| 24 | $\operatorname{th} z = 3$                          |
| 25 | $z^3 + 3z^2 + 3z + 9 = 0$                          |
| 26 | $\sin z + \cos z = 2$                              |
| 27 | $z^3 - 6iz^2 - 12z + 8i + 1 = 0$                   |
| 28 | $\sin z - \cos z = 3$                              |
| 29 | $2 \operatorname{ch} z + \operatorname{sh} z - 4$  |

?

=

N6

7a

## Задача №7.

N 7

а) Проверить, является ли функция  $f(z)$  аналитической, используя условия Коши-Римана.

| №  | $i e^{3z-i^2}$                         | №  |                                                     |
|----|----------------------------------------|----|-----------------------------------------------------|
| 1  | $f(z) = i e^{3z-i^2}$                  | 2  | $f(z) = z^2 + 5\bar{z} - 7i$                        |
| 3  | $f(z) = \cos(iz - 1)$                  | 4  | $f(z) = \cos(i\bar{z} - 1)$                         |
| 5  | $f(z) = \operatorname{sh} 2z + i$      | 6  | $f(z) = \frac{i}{z} + z^2$                          |
| 7  | $f(z) = (iz)^2 + 5z + 3i$              | 8  | $f(z) =  z z + i$                                   |
| 9  | $f(z) = i e^{(iz-1)}$                  | 10 | $f(z) = \sin(zi + 2)$                               |
| 11 | $f(z) = \operatorname{ch} 3z - i$      | 12 | $f(z) = z\bar{z} + z^2 + 4$                         |
| 13 | $f(z) = 3z^2 - 4z + 2i$                | 14 | $f(z) = \operatorname{sh} iz + \operatorname{Re} z$ |
| 15 | $f(z) = i e^{5z} + z$                  | 16 | $f(z) = i z  - z^2$                                 |
| 17 | $f(z) = iz \cdot \operatorname{Re} 5z$ | 18 | $f(z) = \cos i(z + i)$                              |
| 19 | $(z + 2) \cdot \operatorname{Im} 3z$   | 20 | $f(z) = \frac{\operatorname{Re} 2z}{z}$             |
| 21 | $f(z) = i(z + i)^2 - 4z$               | 22 | $f(z) = \cos(\bar{z} + i)$                          |
| 23 | $f(z) = z e^{-3z} - i$                 | 24 | $f(z) = \frac{4}{z} - \operatorname{Im} z$          |
| 25 | $f(z) = i \operatorname{ch} iz$        | 26 | $f(z) = (2z + 5i) \operatorname{Re} z$              |
| 27 | $f(z) = \cos iz - \operatorname{ch} z$ | 28 | $f(z) = \frac{z}{ z } i$                            |
| 29 | $f(z) = -iz^3 + 2i$                    | 30 | $f(z) = i e^z + (z + i)^2$                          |
| 31 | $f(z) = \ln  z  + i \arg z$            | 32 | $f(z) = \bar{z} e^z + iz^2$                         |

N 7

7a



|    |                             |    |                              |
|----|-----------------------------|----|------------------------------|
| 33 | $f(z) = 3(z + i)^2 + z - 2$ | 34 | $f(z) = (z - 2i)^2 + 2z + 3$ |
|----|-----------------------------|----|------------------------------|

б) Показать, что заданные функции являются гармоническими. Восстановить аналитическую функцию  $f(z)$  по ее действительной части  $u(x, y)$  или мнимой  $\nu(x, y)$  и значению  $f(z_0)$ .

| №  |                                                        |                                    |
|----|--------------------------------------------------------|------------------------------------|
| 1  | $u = \sin 3x \operatorname{ch} 3y$                     | $f(0) = 0$                         |
| 2  | $\nu = \sin(2 - x) \operatorname{sh} y$                | $f(2) = 1$                         |
| 3  | $u = \cos \frac{y}{2} \operatorname{ch} \frac{x}{2}$   | $f(0) = 1$                         |
| 4  | $\nu = x^2 - y^2 + 2x$                                 | $f(i) = 2i - 1$                    |
| 5  | $u = e^{2x} \cos(2y + 1)$                              | $f\left(-\frac{i}{2}\right) = 1$   |
| 6  | $\nu = \cos 4x \operatorname{ch} 4y$                   | $f(0) = 1$                         |
| 7  | $\nu = \sin(y - 2) \operatorname{sh} x$                | $f(2i) = 1$                        |
| 8  | $\nu = -\cos 2x \operatorname{sh} 2y$                  | $f(0) = 0$                         |
| 9  | $u = \frac{x}{x^2 + y^2}$                              | $f(\pi) = \frac{1}{\pi}, z \neq 0$ |
| 10 | $\nu = e^{-y} \sin x + y$                              | $f(0) = 1$                         |
| 11 | $u = \frac{e^{2x} + 1}{e^x} \cos y$                    | $f(0) = 2$                         |
| 12 | $u = \sin x \operatorname{ch}(y - 2)$                  | $f(2i) = 0$                        |
| 13 | $\nu = -\frac{1}{2} \sin 2x \frac{e^{4y} - 1}{e^{2y}}$ | $f(0) = 1$                         |
| 14 | $\nu = \sin y \operatorname{ch}(x - 3)$                | $f(3) = 0$                         |

78

|    |                                                       |                                  |
|----|-------------------------------------------------------|----------------------------------|
| 15 | $u = \operatorname{arctg} \left( \frac{y}{x} \right)$ | $f(1) = 0, z \neq 0$             |
| 16 | $\nu = e^{2x} \sin(2y + 1)$                           | $f\left(\frac{i}{2}\right) = 1$  |
| 17 | $\nu = x^2 - y^2 + x$                                 | $f(i) = -1$                      |
| 18 | $\nu = \cos x \operatorname{sh}(y + 3)$               | $f(-3i) = 0$                     |
| 19 | $\nu = 10xy - 6y$                                     | $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$ |
| 20 | $\nu = \sin 2y \operatorname{ch}(2x - 1)$             | $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$  |
| 21 | $\nu = e^{2y} \cos 2x + y$                            | $f(0) = i$                       |
| 22 | $u = \cos \frac{x}{3} \operatorname{ch} \frac{y}{3}$  | $f(0) = 1$                       |
| 23 | $\nu = \sin(2y + 3) \operatorname{sh} 2x$             | $f(0) = \cos 3$                  |
| 24 | $u = \sin y \operatorname{ch} x$                      | $f(0) = 0$                       |
| 25 | $\nu = -(e^{2y} \sin 2x + x)$                         | $f(0) = 0$                       |
| 26 | $u = \cos x \operatorname{ch}(y - 3)$                 | $f(3i) = 1$                      |
| 27 | $\nu = \sin y \operatorname{ch}(x + 1)$               | $f(-1) = 0$                      |
| 28 | $u = e^{-y} \cos x + x$                               | $f(0) = 1$                       |
| 29 | $\nu = \frac{e^{2x} - 1}{e^x} \sin y$                 | $f(0) = 2$                       |
| 30 | $u = \sin x \operatorname{sh} y$                      | $f(0) = i$                       |

78

78



## Задача №8.

Найти все особые точки функции  $f(z)$  и установить их тип.

| №  |                                           | №  |                                                            |
|----|-------------------------------------------|----|------------------------------------------------------------|
| 1  | $f(z) = \frac{z^3}{1+z^4}$                | 2  | $f(z) = e^{\frac{1}{z-2}}$                                 |
| 3  | $f(z) = \frac{\sin z}{z^2}$               | 4  | $f(z) = z^2 \left( \frac{1}{z} - \sin \frac{1}{z} \right)$ |
| 5  | $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^3}$           | 6  | $f(z) = \frac{1}{z+z^2}$                                   |
| 7  | $f(z) = \frac{z+1}{z^4+16}$               | 8  | $f(z) = \frac{1}{(1-z)^3(z+2)^2}$                          |
| 9  | $f(z) = \frac{1}{z+2} e^{\frac{1}{z+2}}$  | 10 | $f(z) = \frac{e^z}{1+z^2}$                                 |
| 11 | $f(z) = \frac{\sin z}{z(z^3+1)}$          | 12 | $f(z) = \frac{1}{z^5-4z^3}$                                |
| 13 | $f(z) = \frac{\sin z}{z^3(z-1)^3}$        | 14 | $f(z) = \frac{e^z-1}{z^2(z+1)}$                            |
| 15 | $f(z) = \frac{\cos z}{(z^3+1)z^2}$        | 16 | $f(z) = \frac{z^3+1}{(z+3)^2(z+1)}$                        |
| 17 | $f(z) = \frac{z^2}{1-\cos z}$             | 18 | $f(z) = \frac{1-\cos 2z}{z^2(z+1)}$                        |
| 19 | $f(z) = \frac{1}{z^3} \cos \frac{1}{z}$   | 20 | $f(z) = \frac{1}{z(1-e^{2z})}$                             |
| 21 | $f(z) = \frac{e^z}{(z^2+4)(z-1)}$         | 22 | $f(z) = \frac{1}{z^4-z^2}$                                 |
| 23 | $f(z) = \frac{\sin(z-3)}{(z-3)(z-4)^2}$   | 24 | $f(z) = \frac{\cos(z-5)-1}{(z-5)^3(z+3)}$                  |
| 25 | $f(z) = \frac{\sin(z-1)}{(z-1)^3(z+4)^3}$ | 26 | $f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z-2}}}{(z-2)^2(z+3)^3}$          |
| 27 | $f(z) = (z-1)e^{\frac{1}{(z-1)^3}}$       | 28 | $f(z) = \frac{1-e^{z-2}}{(z-2)(z+3)^3}$                    |

№ 8

8

№ 8, 9

|    |                                                            |    |                                      |
|----|------------------------------------------------------------|----|--------------------------------------|
| 29 | $f(z) = z^2 \left( \frac{1}{z} - \cos \frac{1}{z} \right)$ | 30 | $f(z) = \frac{z^2 + 3}{z^2 - z - 2}$ |
|----|------------------------------------------------------------|----|--------------------------------------|

## Задача №9.

Вычислить интеграл по замкнутому контуру  $\int_C f(z) dz$  с помощью вычетов.

| №  | $f(z)$                                             | $C$                                            |
|----|----------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 1  | $\frac{\cos \pi z}{(2z - 1)^2}$                    | $ z  = 1$                                      |
| 2  | $\frac{z}{\operatorname{sh}^2 \pi z}$              | $ z  = \frac{1}{2}$                            |
| 3  | $\frac{\operatorname{sh} \pi z}{(z + 4)(z^2 + 4)}$ | $ z  = 5$                                      |
| 4  | $\frac{1}{z^4 + 16}$                               | $ z - 2  = 2$                                  |
| 5  | $\frac{z}{z^3 + 8}$                                | $ z - 2  = 2\sqrt{2}$                          |
| 6  | $\frac{2z - 1}{\cos^2 \pi z}$                      | $\left  z - \frac{1}{2} \right  = \frac{1}{2}$ |
| 7  | $\frac{e^z}{z(z^2 + 2z + 5)}$                      | $ z + 1 - 2i  = 1$                             |
| 8  | $\frac{\sin 2z}{z^2(z^2 + 4)}$                     | $ z  = 1$                                      |
| 9  | $\frac{\sin z}{z^2(z - 2)^2}$                      | $ z  = 1$                                      |
| 10 | $\frac{z^3}{z^4 - 1}$                              | $ z + 1  = 1$                                  |
| 11 | $\frac{z}{(z - 1)(z - 2)^2}$                       | $ z - 2  = \frac{1}{2}$                        |
| 12 | $\frac{\cos z}{z^3 - z^2 - 2z}$                    | $ z + 1  = 2$                                  |

№ 8, 9

8, 9



N9

9

|    |                                               |                                       |
|----|-----------------------------------------------|---------------------------------------|
| 13 | $\frac{\operatorname{sh} z}{z(z^2 + 2z + 5)}$ | $ z + 1 + 2i  = 1$                    |
| 14 | $\frac{e^z}{z(z-1)^2(z-4)}$                   | $ z  = 2$                             |
| 15 | $\frac{\cos z}{z^2(z+1)}$                     | $ z  = \frac{1}{2}$                   |
| 16 | $\frac{e^z}{z^4 + 8z^2 - 9}$                  | $ z  = 2$                             |
| 17 | $\frac{e^z}{z(z - \pi i)}$                    | $ z - 3i  = 1$                        |
| 18 | $\frac{z+1}{z(z-1)^2(z-3)}$                   | $ z  = 2$                             |
| 19 | $\frac{e^z}{z^3(z-2)^2}$                      | $ z-2  = 1$                           |
| 20 | $\frac{e^z}{(z-1)^2 z}$                       | $ z+2  = \frac{3}{2}$                 |
| 21 | $\frac{z}{z^4 + 1}$                           | $(x-1)^2 + \frac{y^2}{8} = 1$         |
| 22 | $\frac{1}{(z+2)^2(z-3)^2}$                    | $ z+2  = 1$                           |
| 23 | $\frac{z}{\cos z}$                            | $ z - \frac{\pi}{2}  = \frac{\pi}{2}$ |
| 24 | $\frac{\operatorname{ch}^2 z}{z^2(z+2)(z-1)}$ | $ z+1  = \frac{3}{2}$                 |
| 25 | $\frac{z^2 + 1}{\operatorname{sh} 2z}$        | $ z - \frac{\pi i}{2}  = 1$           |
| 26 | $\frac{4}{\operatorname{ch} z}$               | $ z  = 2$                             |
| 27 | $\frac{1}{(z^2 + 4)^3}$                       | $\frac{(y-1)^2}{4} + x^2 = 1$         |
| 28 | $\operatorname{ctg} 3z$                       | $ z - \frac{\pi}{2}  = 1$             |

N9

9

№ 9, 10

9, 10

|    |                       |           |
|----|-----------------------|-----------|
| 29 | $e^{\frac{z}{1-z}}$   | $ z  = 2$ |
| 30 | $z^3 e^{\frac{1}{z}}$ | $ z  = 1$ |

## Задача №10.

Вычислить несобственный интеграл  $\int_a^b f(x) dx$  с помощью вычетов.

| №  | $f(x)$                                   | $(a, b)$             |
|----|------------------------------------------|----------------------|
| 1  | $\frac{x^2}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}$         | $(0, +\infty)$       |
| 2  | $\frac{(x^2 + 2)}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}$   | $(-\infty, +\infty)$ |
| 3  | $\frac{x - 3}{x^4 + 5x^2 + 4}$           | $(-\infty, +\infty)$ |
| 4  | $\frac{(x + 1) \cos 3x}{x^2 + 4x + 104}$ | $(-\infty, +\infty)$ |
| 5  | $\frac{(x + 1) \sin 2x}{x^2 + 2x + 2}$   | $(-\infty, +\infty)$ |
| 6  | $\frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9}$    | $(-\infty, +\infty)$ |
| 7  | $\frac{(x - 1) \cos x}{x^2 - 4x + 5}$    | $(-\infty, +\infty)$ |
| 8  | $\frac{x^2}{(x^2 + 4)^2}$                | $(-\infty, +\infty)$ |
| 9  | $\frac{x^2 + 1}{x^4 + 1}$                | $(0, +\infty)$       |
| 10 | $\frac{x^3 \sin x}{x^4 + 5x^2 + 4}$      | $(-\infty, +\infty)$ |

№ 9, 10

9, 10



N 10

10

|    |                                             |                      |
|----|---------------------------------------------|----------------------|
| 11 | $\frac{1}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)^2}$            | $(-\infty, +\infty)$ |
| 12 | $\frac{x \sin x}{x^2 + 2x + 10}$            | $(-\infty, +\infty)$ |
| 13 | $\frac{1}{(x^2 + 1)^3}$                     | $(0, +\infty)$       |
| 14 | $\frac{(x^2 + 1)}{(x^2 + 9)(x^2 + 16)}$     | $(-\infty, +\infty)$ |
| 15 | $\frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 10}$            | $(-\infty, +\infty)$ |
| 16 | $\frac{(x^3 + 5x) \sin x}{x^4 + 10x^2 + 9}$ | $(0, +\infty)$       |
| 17 | $\frac{x^2}{(x^2 + 4)^3}$                   | $(0, +\infty)$       |
| 18 | $\frac{x^2 + 5}{x^4 + 5x^2 + 6}$            | $(-\infty, +\infty)$ |
| 19 | $\frac{x^2 + 2}{x^4 + 7x^2 + 12}$           | $(-\infty, +\infty)$ |
| 20 | $\frac{1}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 16)}$           | $(-\infty, +\infty)$ |
| 21 | $\frac{x \sin x}{x^2 + 9}$                  | $(0, +\infty)$       |
| 22 | $\frac{\cos x}{x^2 + 4}$                    | $(0, +\infty)$       |
| 23 | $\frac{x^4 + 1}{x^6 + 1}$                   | $(-\infty, +\infty)$ |
| 24 | $\frac{x \sin x}{(x^2 + 1)^2}$              | $(0, +\infty)$       |
| 25 | $\frac{\cos x}{x^2 + 9}$                    | $(0, +\infty)$       |

N 10

10

№10

10

|    |                                       |                      |
|----|---------------------------------------|----------------------|
| 26 | $\frac{x \sin x}{x^4 + 5x^2 + 4}$     | $(-\infty, +\infty)$ |
| 27 | $\frac{2x^2 + 13x}{x^4 + 13x^2 + 36}$ | $(-\infty, +\infty)$ |
| 28 | $\frac{x^2 + 2}{x^4 + 7x^2 + 12}$     | $(-\infty, +\infty)$ |
| 29 | $\frac{1}{(x^2 + 1)^4}$               | $(-\infty, +\infty)$ |
| 30 | $\frac{x \cos x}{x^4 + 5x^2 + 6}$     | $(-\infty, +\infty)$ |

Кафедра ВМ-2  
МГТУ МИРЭА

№10

10