Информация о семестре

1. 3 лабораторных работы = зачет по физике
2. Оценка ставится на основании работы в течение семестра и ответа на экзамене.
3. Учебники и задачники остаются прежними.
4. 9 лекций максимум.

Часть I

Лекция 1 (20.02.15) "Теорема Гаусса"

1 Теорема Гаусса

1.1 Поток вектора $\vec{a}$

1. $\Phi_a = \int \vec{a}d\vec{S} = \int \vec{n}\vec{a}dS = \int 1 \cdot \cos a \cdot dS = \int a_n dS$
   (a) $\vec{S}$ — площадь
2. $d\vec{S} = \vec{n}dS$
   (a) $\vec{n}$ — вектор нормали к площади

1.2 Теорема Гаусса

1. Пусть:
   (a) В пространстве имеется система зарядов
2. Тогда:
   (a) Окружим эту систему замкнутой поверхностью. [157]
   (b) $\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$; $\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$
   (c) $\oint_S E_n dS = \frac{q}{\varepsilon_0}$
   (d) q — полный суммарный заряд, лежащий внутри выбранной поверхности.

i. $q = \sum q_i$; $q = q_1 - q_2 + q_3$

(e) $\oint_S E_n dS = \sum E_{ni} dS_i$

i. E_n — проекция вектора напряженности на вектор нормали.

3. Примеры

(a) Поле шара [158]

(b) Перед применением теоремы Гаусса надо выбрать замкнутую поверхность.

(c) Разберем два случая:

i. $x < R$

ii. $x \geq R$

(d) Разбиваем поверхность на маленькие площадки dS и к каждой такой площадке строим нормаль.

(e) Находим проекции напряженности на нормали.

i. $E_n = E$ — видно из рисунка

ii. $\oint_S EdS = \frac{q}{\varepsilon_0}$

(f) Модуль вектора напряженности не зависит от площади сферы радиуса x.

i. $\oint_S EdS = E\oint_S dS = ES = \frac{q}{\varepsilon_0}$

ii. $E \cdot 4\pi x^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi x^3}{\varepsilon_0}$

iii. $E = \frac{\rho x}{3\varepsilon_0}$ — **ответ**

Часть II

Лекция 2 (06.03.15) “Потенциал поля. Закон Кулона”

2 Потенциал поля

1. Диполь

(a) $\vec{l}$ — плечо диполя [159]

(b) $\vec{p} = q\vec{l}$ — дипольный момент

2. Найдем потенциал поля $\varphi(r)$ диполя на достаточно большом расстоянии [160]

   (a) $a \ll r_- \sim r \sim r_+$
   (b) $r_- = \sqrt{r^2 + a^2 + 2\vec{r}\vec{a}} = r\sqrt{1 + \frac{a^2}{r^2} + \frac{2\vec{r}\vec{a}}{r^2}} \approx r(1 + \frac{1}{2}\frac{2\vec{r}\vec{a}}{r^2})$
   (c) $r_+ = \sqrt{r^2 + a^2 - 2\vec{r}\vec{a}} = r\sqrt{1 + \frac{a^2}{r^2} - \frac{2\vec{r}\vec{a}}{r^2}} \approx r(1 - \frac{1}{2}\frac{2\vec{r}\vec{a}}{r^2})$
   (d) $\varphi = \frac{kq}{r_+} - \frac{kq}{r_-} = kq(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}) = kq\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} = kq\frac{r_- - r_+}{r^2} = kq\frac{2\vec{r}\vec{a}}{r^3}$
   (e) $r_- - r_+ = r \cdot \frac{2\vec{r}\vec{a}}{r^2} = \frac{2\vec{r}\vec{a}}{r}$
   (f) $\varphi = k\frac{\vec{p}\vec{r}}{r^3} = \frac{k\vec{p}\vec{e_r}}{r^2} = \frac{kp\cos\Theta}{r^2}$ — потенциал поля
      i. $\vec{e_r} = \frac{\vec{r}}{r}$ — единичный вектор

2.1 Связь напряженности и потенциала

1. $\vec{F} = -gradW$; $W = q\varphi$
2. $q\vec{E} = -grad(q\varphi)$
3. $\vec{E} = -grad\varphi$
4. $\vec{E} = -(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k})$; $\vec{E} = -(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\vec{e_r} + \frac{\partial\varphi}{\partial l}\vec{e_l})$
   (a) $\frac{d\varphi}{dr} = -2\frac{kp\cos\Theta}{r^3}$
   (b) $dl = d\Theta \cdot r$
   (c) $\frac{\partial\varphi}{\partial l} = \frac{\partial\varphi}{d\Theta \cdot r}$
   (d) $\frac{\partial\varphi}{\partial l} = \frac{\partial\varphi}{\partial\Theta \cdot r}$
5. $\vec{E} = \frac{2kp\cos\Theta}{r^3}\vec{e_r} + \frac{kp\sin\Theta}{r^3}\vec{e_l}$
6. $E = \frac{kp}{r^3}\sqrt{4\cos^2\Theta + \sin^2\Theta}$
7. $E = \frac{kp}{r^3}\sqrt{3\cos^2\Theta + 1}$

3 Закон Кулона $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$

1. $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$
   (a) $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ — электрическая постоянная
2. $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1q_2}{r^2}$
   (a) ε — диэлектрическая проницаемость
3. Дискретность заряда: $Q = Ne$
   (a) e — элементарный заряд
   (b) Любой заряд кратен элементарному заряду электрона

3.1 Напряженность электрического поля $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$

1. Напряженность поля — отношение силы, действующей на пробный точечный заряд к самому заряду.

4 Доказательство теоремы Гаусса $\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

1. $E = \frac{kqq_0}{r^2q_0} = \frac{kq}{r^2}$, $\vec{E} = \frac{kq\vec{r}}{r^3}$
2. Найдем поток точечного заряда через сферу: $\Phi_E = \oint E_n dS = ES = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$
3. Можно сказать, что результат интегрирования не зависит от формы поверхности.
4. Если внутри поверхности находится несколько зарядов, то используем принцип суперпозиции (принцип суммирования) и применим полученный результат к каждому заряду.
   (a) $\oint E_n dS = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$

4.1 Теорема

$\oint_S \vec{a}d\vec{S} = \int_V div\vec{a}dV$

4.2 Теорема Гаусса в дифференциальной форме

1. $\int_V div\vec{E}dV = \int_V \frac{\rho dV}{\varepsilon_0}$
2. $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
3. $\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

4.3 Циркуляция электрического поля

1. $dA = \vec{F}d\vec{l}$; $dA = q\vec{E}d\vec{l}$
2. $A = q\int_1^2 \vec{E}d\vec{l}$ — работа по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2, совершаемая полем E.
3. Если работа силы F по замкнутому контуру равна 0, то поле силы F называется консервативным, а работа зависит только от начального и конечного положения тела.
4. $\oint_\Gamma \vec{E}d\vec{l} = 0$ — циркуляция вектора $\vec{E}$ по замкнутому контуру Γ равна 0.

4.4 Теорема Стокса

1. $\int_\Gamma \vec{a} d\vec{l} = \int_S (rot\vec{a}) d\vec{S}$
   (a) Поверхность S натянута на контур Γ

Часть III

Лекция 3 (03.04.15) “Проводники в электрическом поле. Электроемкость”

5 Проводники в электрическом поле

1. **Утверждение 1**: Электроны в проводнике способны перемещаться под действием бесконечно малой силы.
2. Поле внутри проводника должно равняться нулю. $E = 0$, иначе заряды будут постоянно направленно двигаться.
   (a) $\varphi = const$ — потенциал поля постоянен
   (b) $E = -grad\varphi$
3. **Утверждение 2:** Если зарядить уединенный кусок металла, то заряд скопится на поверхности, а линии $\vec{E}$ должны быть перпендикулярны поверхности.
   (a) Если угол отличен от 90 градусов, то возникает горизонтальная составляющая силы $F_x = e \cdot E_x$ и по поверхности будет перемещаться заряд, т.е. потечет электрический ток, чего, очевидно, быть не может.
4. Найдем связь поля снаружи проводника с поверхностой плотностью заряда на его поверхности:
   (a) $\int D_n dS = q$, где D — вектор электрической индукции $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$
   (b) $D_{\vec{n}} = D$, $D\Delta S = \sigma\Delta S$, $\varepsilon\varepsilon_0 E = \sigma$
   (c) $E_{\vec{n}} = E$
   (d) $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$

6 Электроемкость

6.1 Электроемкость уединенного проводника

1. Напряженность поля в окружающем проводник пространстве пропорционально заряду на проводнике, поэтому работа по перемещению пробного заряда также будет пропорциональна заряду в проводнике. Отсюда следует, что потенциал проводника должен быть пропорционален заряду на этом проводнике.

   (a) $q \sim \varphi$

   (b) $q = C\varphi$, где C — электроемкость

2. За единицу емкости принимается емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 вольт при сообщении ему заряда в 1 Кл. Эта единица емкость называется **Фарад**.

6.1.1 Примеры

1. Емкость металлического шара, погруженного в диэлектрик ε

   (a) $E = \frac{kq}{\varepsilon r^2}$ — напряженность поля

   (b) $\varphi_1 - \varphi_\infty = \int_R^\infty \vec{E}d\vec{r} = \frac{kq}{\varepsilon R}$ — потенциал на поверхности шара

   (c) $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$

   (d) $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$

2. Вычислим радиус металлического шара, имеющего емкость 1 Фарад.

   (a) $R = \frac{C}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$м

6.2 Электроемкость конденсатора

1. Мы видели, что уединенные проводники обладают небольшими емкостями. Для получения устройства с большой емкостью, нужно взять, по крайней мере, два проводнзика, расположенных близко друг к другу.

   (a) Образующие конденсатор проводники называют **обкладками**.

   (b) Поле конденсатора сосредоточено между обкладками.

6.2.1 Примеры

1. Плоский конденсатор

   (a) $E_{\text{конденсатора}} = 2E_{\text{плоскости}} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$

   (b) $U = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}d$, где d - расстояние между обкладками

(c) $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

2. Сферический конденсатор

   (a) $D \cdot 4\pi r^2 = q$

   (b) $\varepsilon\varepsilon_0 E \cdot 4\pi r^2 = q$

   (c) $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$

   (d) $U = \int_{R_1}^{R_2} Edr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}(-\frac{1}{r})|_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}) = \frac{q(R_2-R_1)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}$

   (e) $C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2-R_1}$

3. Цилиндрический конденсатор

   (a) $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$

   (b) $U = \frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h} \ln\frac{R_2}{R_1}$

   (c) $C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$

6.3 Параллельное соединение конденсаторов

1. Ток через конденсатор не течет. **НИЗЗЯ ТАК ГОВОРИТЬ**

2. $q = q_1 + q_2 + ... + q_n$ — закон сохранения заряда

3. $q = CU$

4. $C\varepsilon = C_1\varepsilon + C_2\varepsilon + ... + C_n\varepsilon$

5. $C = C_1 + c_2 + ... + C_n$

6.4 Последовательное соединение конденсаторов

1. ЭДС заряжает только крайние обкладки, на внутренних задяд перераспределяется.

2. $\varepsilon = U = U_1 + U_2 + ... + U_n$ — из метода потенциалов

   (a) $\varepsilon = \varphi_2 - \varphi_1$

      i. $U_1 = \varphi_3 - \varphi_1$

      ii. $U_2 = \varphi_4 - \varphi_3$

      iii. $U_3 = \varphi_2 - \varphi_4$

   (b) $U_1 + U_2 + U_3 = \varphi_3 - \varphi_1 + \varphi_4 - \varphi_3 + \varphi_2 - \varphi_4 = \varphi_2 - \varphi_1 = \varepsilon$

3. $\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + ... + \frac{q}{C_n}$

4. $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$

7 Энергия системы зарядов. Энергия электрического поля

1. Для двух зарядов: $W = q\varphi$, $W = k\frac{q_1 q_2}{r}$
2. Для системы зарядов: $W = \frac{1}{2}\sum q_i\varphi_i$
3. $W = \frac{1}{2}(q_1\frac{kq_2}{r} + q_2\frac{kq_1}{r}) = \frac{kq_1q_2}{r}$ — пример для двух зарядов
4. Энергия уединенного проводника:
   $W = \frac{1}{2}\sum q_i\varphi = \frac{1}{2}\varphi\sum q_i = \frac{1}{2}\varphi q = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}$
5. Энергия конденсатора: $W = \frac{1}{2}(q\varphi_1 - q\varphi_2) = \frac{1}{2}qU = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$

7.1 Плотность энергии конденсатора

1. $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SE^2d^2}{2d} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0E^2Sd = \omega V$
2. $\omega = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0E^2 = \frac{1}{2}\vec{E}\vec{D} = \frac{1}{2}\vec{E}\vec{P} + \frac{1}{2}\varepsilon_0E^2$
3. $\vec{D} = \vec{P} + \varepsilon_0\vec{E}$

Часть IV

Лекция 4 (17.04.15) “Постоянный электрический ток”

8 Постоянный электрический ток

1. Сила тока: $I = \frac{dq}{dt}$
2. Плотность тока: $j = \frac{dI}{dS}$
   (a) Если $j = const$, то $j = \frac{I}{S}$
   (b) $dI = \vec{j}d\vec{S}$
      i. $d\vec{S} = \vec{n}dS$
      ii. $I = \int\vec{j}dS = \int\vec{j}\vec{n}dS = \int j_ndS$
3. Уравнение непрерывности
   (a) $I = \int\vec{j}d\vec{S} = \frac{dq'}{dt}$
   (b) Рассмотрим замкнутую поверхность S: $I' = \oint_S\vec{j}d\vec{S} = \frac{dq'}{dt} = -\frac{dq}{dt}$
      i. q' — заряд, вытекающий из этой поверхности за время t

ii. Внутри поверхности остается заряд $-q$

(c) $\int_V div\vec{j}dV = -\frac{d}{dt}\int \rho dV \Rightarrow div\vec{j} = -\frac{d\rho}{dt}$ — уравнение непрерывности

(d) В случае стационарного тока: $div\vec{j} = 0$

(e) Физический смысл уравнения непрерывности: линии тока замкнуты

8.1 ЭДС

1. $\int_\Gamma \vec{E}d\vec{l} = 0$ — циркуляция вектора $\vec{E}$
2. За счет только электростатических сил ток не может поддерживаться, так как работа консерватовной силы по замкнутому контуру равна 0. Для поддержания тока в цепи необходимо, чтобы на некоторых участках цепи действовали силы не электростатического происхождения, называемые **сторонними силами**.
3. Определение: Величина, равная работе сторонних сил над единичным положительным зарядом называется **ЭДС** (электродвижущей силой).

   (a) $\varepsilon = \frac{A_{\text{сторонних сил}}}{q}$

   (b) $A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q\int_1^2 \vec{F}d\vec{l}$

   (c) $A_{\text{сторонних сил}} = q\varepsilon = q\int \vec{E}_{\text{сторонних сил}}d\vec{l}$
4. $A_{\text{полная}} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\varepsilon$

8.2 Напряжение

1. Представим полную работу в виде: $A_{12} = qU_{12}$
2. $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon$ — напряжение (падение напряжения)

8.3 Законы Ома

1. Закон Ома **для однородного участка цепи**

   (a) Однородный участок — участок, у которого нет ЭДС

   (b) $I = \frac{U}{R}$

   (c) $R = \rho\frac{dl}{dS}$

      i. ρ — удельное сопротивление

   (d) $jdS = \frac{Edl \cdot dS}{\rho dl}$

   (e) $j = \frac{E}{\rho}$; $\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$ — закон Ома для однородного участка цепи **в дифференциальной форме**

(f) $\sigma = \frac{1}{\rho}$ — удельная проводимость

(g) $\vec{j} = \sigma\vec{E}$

2. Обобщим (1.e) на **неоднородный участок цепи**

   (a) $\vec{j} = \frac{1}{\rho}(\vec{E}+\vec{E}_{\text{сторонних сил}})$ — закон Ома для неоднородного участка цепи **в дифференциальной форме**

   (b) $dS \cdot j = \frac{1}{\rho}(E + E_{\text{ст}})dS\frac{dl}{dl}$

   (c) $I\rho\frac{dl}{dS} = (E + E_{\text{ст}})dl$

   (d) $IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon$ — закон Ома для неоднородного участка цепи **в интегральной форме**.

8.4 Правила Кирхгофа

1. Сумма токов, проходящих через узел равна нулю. Токи, входящие в узел берутся с плюсом, а выходящий с минусом.

   (a) $\sum I_i = 0$

2. Перед применением второго правила Кирхгофа надо выбрать направление обхода. Сумма падения напряжений в контуре равна сумме ЭДС. Если ЭДС обходится от минуса к плюсу, ЭДС берется с плюсом, иначе — с минусом.

   (a) $\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i$

8.5 Закон Джоуля-Ленца. Мощность тока

1. $Q = I^2Rt$
2. $P = \frac{dA}{dt} = \frac{dqU}{dt} = IU = I^2R$
3. $dA = dQ$
4. $\frac{dQ}{dt} = I^2R$
5. $Q = \int_{t_1}^{t_2} I^2Rdt$

Часть V

Лекции 5,6 (17.04,15.05.15) "Магнетизм"

9 Магнетизм

1. $\vec{B}$ — вектор индукции магнитного поля

2. $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$
   $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$
   (a) $\vec{H}$ — вектор напряженности магнитного поля
   (b) $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$ [Гн/м] — магнитная постоянная
3. $\int \vec{B}d\vec{S} = 0$
4. Линии $\vec{B}$ всегда замкнуты сами на себя.
5. Магнитные поля создают токи.

9.1 Закон Био-Савара-Лапласа

1. $d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l},\vec{r}]}{r^3}$
   (a) $\mu_0 = 1,257\frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ - магнитная постоянная
   (b) μ - магнитная проницаемость

9.1.1 Примеры

1. Магнитное поле проводника конечной длины
   (a) $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl \cdot \sin\alpha}{r^2}$
   (b) $d(90 - \alpha) = -d\alpha$
   (c) $\sin d\alpha = \frac{dS}{r} \approx d\alpha$
   $\sin\alpha = \frac{dS}{dl}$
   $dS = rd\alpha$
   $dS = \sin\alpha dl$
   (d) $dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha}$
   (e) $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\alpha}{r}$
   (f) $\sin\alpha = \frac{a}{r}$
   $r = \frac{a}{\sin\alpha}$
   (g) $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\alpha\sin\alpha}{a}$
   (h) $B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha =$
   $= \frac{\mu_0 I}{4\pi\alpha} \cdot (-\cos\alpha)|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi\alpha}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$
2. Магнитное поле кругового витка с током
   (a) Разбиваем круговой виток на маленькие кусочки
   (b) $\vec{B_0} = \sum\Delta\vec{B_i}$ - по **принципу суперпозиции**
   (c) $B_0 = \sum\Delta B_i$ - так как векторы коллинеарны
   (d) $\Delta B_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\Delta l_i R}{R^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\Delta l_i}{R^2}$

(e) $B_0 = \sum \Delta B_i = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \sum \Delta l_i$

(f) $B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$

3. Магнитное поле бесконечно длинного проводника

   (a) $B_{12} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$

   (b) $\alpha_1 \to 0$
   $\alpha_2 \to 180^o$

   (c) $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

9.2 Сила Лоренца

1. $\vec{F_л} = q[\vec{v}, \vec{B}] + q\vec{E}$

2. Если заряд отрицательный, то направление силы Лоренца необходимо изменить на 180^o.

3. Если заряженная частица влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям $\vec{B}$, то она будет двигаться по окружности.

9.2.1 Примеры

1. $\vec{v} \perp \vec{B}$

   (a) $m\vec{a} = \vec{F}$

   (b) $ma_n = F_л$

   (c) $\frac{mv^2}{R} = qvB$

   (d) $R = \frac{mv}{qB}$

2. $\vec{v} \not\perp \vec{B}$

   (a) Движение по спирали представляет собой суперпозицию двух движений: в вертикальной плоскости частица движется по окружности, а в горизонтали - равномерное движение.

   (b) $\frac{mv_y^2}{R} = qv_yB$

   (c) $s = vt$

   (d) $h = v_xT = v\cos\alpha\frac{2\pi R}{v_y}$

   (e) $R = \frac{mv\sin\alpha}{qB}$ - радиус спирали

   (f) $h = \frac{v\cos\alpha 2\pi mv\sin\alpha}{qBv\sin\alpha} = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{qB}$ - шаг спирали

9.3 Закон Ампера

1. Сила Ампера - сила, действующая на проводник с током в магнитноим поле.
2. $\vec{F_A} = I[\vec{l}, \vec{B}]$
3. $F_A = NF_л$

9.3.1 Вывод закона Ампера

1. Рассмотрим электрический ток (направленное движение электронов)
2. $\vec{V} = \vec{v} + \vec{u}$
   (a) $\vec{v}$ - скорость теплового (хаотического) движения электронов (порядка 100 км/с)
   (b) $\vec{u}$ - скорость направленного движения электронов (порядка 1 мм/с)
3. Если по проводнику в магнитном поле протекает ток, то средняя сила, действующая на электрон, будет равна: $< \vec{F_л} >= q[< \vec{v} > + < \vec{u} >, \vec{B}]$
   (a) $< \vec{v} >= 0$, так как движение хаотическое
4. $\vec{F_A} = N < \vec{F_л} >= Ne[< \vec{u} >, \vec{B}] =$
   $= n \cdot S \cdot l \cdot e[< \vec{u} >, \vec{B}]$
5. $I = enSu$
6. $\vec{F_A} = I[\vec{l}, \vec{B}]$

9.4 Магнитный момент для рамки с током

1. $\vec{P_m} = I\vec{S} = IS\vec{n}$

9.4.1 Силы и моменты сил, действующие на контур с током

1. Пусть:
   (a) Имеется прямоугольная рамка с током в магнитном поле.
2. Тогда:
   (a) Магнитное поле будет стремиться повернуть рамку с током.
   (b) Найдем суммарный момент сил, действующих на рамку:
      i. $N = N_1 + N_2 = 2IlB\frac{a}{2}\sin\alpha = ISB\sin\alpha$
      ii. $\vec{N} = [\vec{p_m}, \vec{B}]$

(c) При повороте рамки на угол $d\alpha$ нужно совершить работу $dW = dA = Nd\alpha = P_m B \sin\alpha d\alpha$

   i. $dW = P_m B \sin\alpha d\alpha$
   ii. $W = -P_m B \cos\alpha + C$
   iii. $W = -\vec{P_m}\vec{B}$

9.5 Работа, совершаемая при перемещенни заряда по контуру, находящемся в магнитном поле

1. $dA = F_A dx = IB(ldx) = I(BdS) = Id\varphi$
2. $dA = Id\varphi$
3. $\Delta A = I\Delta\varphi$, $I = const$

9.6 Теорема Гаусса

1. $\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$
2. $\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$ - теорема Гаусса для магнитной индукции
3. $\oint_S \vec{a}d\vec{S} = \int_V div\vec{a}dV$ - теорема Гаусса-Остроградского
4. $\oint_S \vec{B}d\vec{S} = \int_V div\vec{B}dV = 0 \Longrightarrow div\vec{B} = 0$

9.7 Теорема о циркуляции магнитной индукции (закон полного тока)

1. Пусть в пространстве имеется система токов
2. Окружим систему токов контуром
3. Тогда имеет место следующее выражение: $\oint_\Gamma \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I$

   (a) I - полный суммарный ток, лежащий внутри выбранного контура

4. При применении закона полного тока выбирается направление обхода контура
5. Направлению обхода по правилу правого винта приписывается направление нормали
6. Если ток пронизывает площадь, натянутую на контур, вдоль нормали, то он берется с плюсом, а если против нормали - с минусом.
7. Доказательство:

   (a) Рассмотрим бесконечный проводник с током I и найдем циркуляцию вектора $\vec{B}$

(b) $\oint_\Gamma \vec{B}d\vec{l} = \int Bdl = Bl = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \cdot 2\pi x = \mu_0 I$

   i. Из закона Био-Савара-Лапласа: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

(c) Мы видим, что результат не зависит от формы контура (так как x в ответ не вошел). Интеграл определяется только суммарным током, пересекающим поверхность, натянутую на контур Г.

(d) $\int_\Gamma \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$

9.7.1 Пример 1

1. Дано:
   (a) Плотность тока j
   (b) Радиус проводника R
2. Найти:
   (a) Магнитное поле в зависимости от расстояния $B(x)$
3. Решение:
   (a) 1 случай: Внутри проводника
      i. Обязательно выбираем контур (окружность на поперечном сечении проводника)
      ii. Выбираем направление обхода (против часовой стрелки)
      iii. $\oint_\Gamma \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I$
      iv. Так как $\vec{B}$ и $d\vec{l}$ совпадают: $\int Bdl = \mu_0 I$
      v. Модуль вектора B на зависит от l, поэтому $B \int dl = \mu_0 I$
      vi. $B * 2\pi x = \mu_0 I$, $I = j\pi x^2$
      vii. $B * 2\pi x = \mu_0 j\pi x^2$
      viii. $B = \frac{\mu_0 j x}{2}$
   (b) 2 случай: Снаружи проводника
      i. $\int Bdl = \mu_0 I$
      ii. $B * 2\pi x = \mu_0 j\pi R^2$
      iii. $B = \frac{\mu_0 j R^2}{2x}$

9.7.2 Пример 2: Магнитное поле бесконечного проводника с током

1. Дано:
   (a) Бесконечный проводник с током
   (b) Ток I

2. Найти:

   (a) Магнитное поле в зависимости от расстояния $B(x)$

3. Решение:

   (a) $\int Bdl = \mu_0 I$
   (b) $B * 2\pi x = \mu_0 I$
   (c) $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

9.7.3 Пример 3: Магнитное поле соленоида

1. Дано:

   (a) Длина соленоида l
   (b) Радиус соленоида r
   (c) $l >> r$
   (d) В идеальном соленоиде магнитное поле снаружи равно 0

2. Найти:

   (a) Магнитное поле $\vec{B}$

3. Решение:

   (a) $\int \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I$
   (b) $B\Delta l = \mu_0 NI$
      i. N - количество витков, пронизывающих контур
   (c) $n = \frac{N}{l}$ - концентрация витков
   (d) $B\Delta l = \mu_0 n\Delta lI$
   (e) $B = \mu\mu_0 nI$

9.8 Закон электромагнитной индукции

1. В 1831 году Фарадей обнаружил, что в замкнутом проводящем контуре, при изменении потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную этим контуром, возникает электрический ток.

2. $\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

3. $\varepsilon = -\dot{\varphi}$

4. Правило Ленца: Возникающий индукционный ток создает магнитное поле, направленное против внешнего магнитного поля, породившего его.