

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
„МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ“

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

II семестр

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Для студентов очного обучения
факультетов Электроники, ИТ, РТС

МОСКВА 2014

Составители: И.М.Аксененкова, В.П.Барашев, Е.Н.Гущина,
О.А.Евсеева, Т.Р.Иголина, О.А.Малыгина,
Т.А.Морозова, О.Р.Параскевопуло, Е.В.Пронина,
А.В.Татаринцев, Н.С.Чекалкин

Редактор Н.С.Чекалкин

Контрольные задания являются типовыми расчетами по математическому анализу, предназначенными для студентов I курса дневного отделения. Типовые расчеты выполняются студентами в письменном виде и сдаются преподавателю до начала зачетной сессии. Вопросы к зачетам и экзаменам могут быть уточнены и дополнены лектором.

Печатается по решению редакционно-издательского совета университета.

Рецензенты: Т.Н.Бобылева,
Д.Л.Кудрявцев

© МИРЭА, 2014

Контрольные задания напечатаны в авторской редакции

Подписано в печать 00.00.2014. Формат 60 x 84 1/16.

Усл. печ. л. 00,00. Усл.кр.-отт. 00,00. Уч.изд.л. 00,00.

Тираж 100 экз. С 00

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

„Московский государственный институт радиотехники,
электроники и автоматики (технический университет)“

119454, Москва, пр.Вернадского, 78

ВВЕДЕНИЕ

Основные темы по курсу математического анализа II семестра (дневное отделение)

1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования (замена переменной, интегрирование по частям). Интегрирование дробно-рациональных функций, тригонометрических выражений и выражений, содержащих иррациональности.
2. Определенный интеграл, основные свойства. Теорема Ньютона - Лейбница. Приложения определенного интеграла (вычисление площадей плоских фигур, длины дуги кривой, объема тела вращения и площади поверхности вращения).
3. Несобственные интегралы (от функций на бесконечном интервале и от неограниченных функций). Признаки сходимости.
4. Двойной интеграл, основные свойства. Сведение к повторному интегрированию. Вычисление в полярных координатах. Приложения двойного интеграла к геометрии и механике.
5. Тройной интеграл, основные свойства. Сведение к повторному интегрированию. Вычисление в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройного интеграла к геометрии и механике.
6. Криволинейные интегралы (по длине дуги и по координатам), основные свойства и вычисление. Формула Грина.
7. Поверхностные интегралы, их вычисление.
8. Скалярное поле. Производная по направлению, градиент. Свойства градиента, вычисление.
9. Векторное поле. Дивергенция и ротор векторного поля, основные свойства.

10. Поток векторного поля, вычисление потока непосредственно и по теореме Остроградского - Гаусса.
11. Циркуляция векторного поля, вычисление циркуляции непосредственно и по теореме Стокса.

Данный материал излагается студентам на лекциях и практических занятиях. От студента требуется успешное овладение материалом по указанным темам, т.е. необходимо знать определения понятий, формулировки и доказательства основных теорем курса. Студент также должен продемонстрировать умение решать задачи данного курса.

В течение семестра по курсу математического анализа проводятся *две контрольные работы и выполняется типовой расчет*. Контрольная работа №1 проводится примерно на 6-й неделе обучения, контрольная работа №2 проводится примерно на 13-й неделе, а сдача типового расчета — в конце семестра.

Контрольная работа №1

Тема. „Методы интегрирования. Определенный интеграл и его приложения“.

Цель. Проверить усвоение основных приемов интегрирования; проверить умения вычислять определенный интеграл и с помощью определенного интеграла находить площади плоских фигур, длины дуг и т.д.

Содержание. В контрольную работу входят задачи, идентичные задачам части 1 данного пособия (т.е. задачи №1.1, 1.2, 1.3).

Контрольная работа №2

Тема. „Несобственные интегралы. Двойной и тройной интегралы, их приложения“.

Цель. Проверить усвоение основных приемов исследования несобственных интегралов на сходимость и их вычисления; проверить умение вычислять двойные и тройные интегралы и решать геометрические задачи с помощью этих интегралов.

Содержание. В контрольную работу №2 входят задачи, идентичные задачам из части 2 данного пособия (т.е. №2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5).

Типовой расчет

Тема. „Криволинейный и поверхностный интегралы. Теория поля“.

Цель. Проверить умение вычислять криволинейные интегралы по координатам непосредственно и по формуле Грина, вычислять поверхностные интегралы, оперировать основными понятиями теории поля, вычислять поток и циркуляцию векторного поля.

Содержание. В типовой расчет входят задачи из части 3 (№ 3.1, 3.2, 3.3, 3.4).

Типовой расчет выполняется каждым студентом в отдельной тетради в соответствии с назначенным ему номером варианта. Студент объясняет решения задач преподавателю, отвечает на вопросы. Типовой расчет также предъявляется в начале экзамена (зачета).

По итогам обучения проводится экзамен (зачет). Примерный вариант экзаменационного билета: билет состоит из 3-х частей. Первая часть соответствует содержанию контрольной работы №1, вторая часть охватывает материал контрольной работы №2, третья — задачи типового расчета.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (ЗАЧЕТУ)

1. Определение первообразной, теорема о множестве первообразных.
2. Неопределенный интеграл. Основные свойства (линейность, интеграл от производной функции).
3. Неопределенный интеграл. Замена переменной в интеграле.
4. Неопределенный интеграл. Интегрирование по частям.

5. Общая схема интегрирования рациональных функций.
6. Интегрирование простейших дробей.
7. Интегрирование тригонометрических функций.
8. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
9. Интегрирование квадратичных иррациональностей. Тригонометрические подстановки.
10. Определенный интеграл: определение, геометрический и механический смысл. Интегрирование кусочно-непрерывной функции.
11. Определенный интеграл: определение, свойства линейности и аддитивности, интегрирование неравенств.
12. Определенный интеграл: определение, теорема о среднем, ее геометрический смысл.
13. Теорема о дифференцировании интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница.
14. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Примеры.
15. Вычисление площадей плоских фигур в прямоугольных и полярных координатах с помощью определенного интеграла.
16. Определение длины кривой. Вычисление длины кусочно-гладкой кривой.
17. Вычисление объема тела по площадям его плоских сечений. Объем тела вращения.
18. Вычисление площади поверхности вращения.
19. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Примеры сходящихся и расходящихся интегралов.

20. Несобственные интегралы от функции на бесконечном интервале. Примеры сходящихся и расходящихся интегралов.
21. Несобственные интегралы: признаки сходимости.
22. Определение двойного интеграла и его геометрический смысл.
23. Свойства линейности и аддитивности двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.
24. Двойной интеграл: интегрирование неравенств, оценка интеграла, теорема о среднем.
25. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
26. Геометрические и механические приложения двойного интеграла.
27. Определение тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному.
28. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Пример вычисления.
29. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в сферических координатах. Вычисление площади сферы.
30. Определение криволинейного интеграла по длине дуги, его геометрический и механический смысл, вычисление.
31. Определение, основные свойства криволинейного интеграла по координатам и его вычисление.
32. Работа силового поля. Физический смысл криволинейного интеграла по координатам.
33. Теорема Грина.

34. Условие независимости криволинейного интеграла по координатам от выбора пути интегрирования (на плоскости).
35. Вычисление площади гладкой поверхности.
36. Определение интеграла первого типа по поверхности. Основные свойства и его вычисление.
37. Определение и свойства интегралов второго типа по поверхности, вычисление.
38. Производная по направлению и градиент скалярного поля. Геометрический смысл градиента, его свойства.
39. Дивергенция векторного поля. Основные свойства и ее вычисление.
40. Ротор векторного поля. Основные свойства и его вычисление.
41. Задача о вычислении количества жидкости, протекающей за единицу времени через данную поверхность.
42. Поток векторного поля и его вычисление.
43. Теорема Гаусса-Остроградского.
44. Циркуляция векторного поля и ее вычисление.
45. Теорема Стокса. Формула Грина как частный случай теоремы Стокса.
46. Условие независимости криволинейного интеграла по координатам от выбора пути интегрирования в пространстве.
47. Определение и основные свойства потенциального и соленоидального полей.

Рекомендуемая литература

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.- СПб.: 1997.

2. Высшая математика Т.2./ Краснов М.Л. и др.- М.: 2004.
3. Высшая математика Т.4./ Краснов М.Л. и др.- М.: 2004.
4. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике.- М.: Айрис Пресс, 2004.

Основные типы задач по темам „Методы интегрирования“ и „Определенный интеграл и его приложения“

Задачи этой части составляют основу контрольной работы №1. Для успешной сдачи контрольной работы рекомендуется прорешать все задачи этой части.

Задача 1.1. Вычислить неопределенный интеграл. *Указание:* использовать метод замены переменной.

1	$\int \frac{\arccos^3 x - 5x + 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$
2	$\int \left(\frac{x - 5}{x^2 - 10x + 7} + \frac{1}{x(1 + \ln^2 x)} \right) dx$
3	$\int \left(\cos(e^x) + \sqrt{e^x + 2} \right) e^x dx$
4	$\int \left(\frac{\sin \sqrt{x} + 3x^2}{5\sqrt{x}} + \frac{2x + 3}{x^2 + 3x - 1} \right) dx$
5	$\int \frac{e^{\operatorname{tg} x} + \sqrt{\operatorname{tg} x} - 2}{\cos^2 x} dx$
6	$\int \left(\frac{\cos x}{1 + 3 \sin x} + \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} \right) dx$
7	$\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x} + x - 7}{1 + x^2} dx$
8	$\int \left(\frac{1}{(5x + 2)^2 + 1} + \frac{1}{(1 + x^2) \operatorname{arctg}^3 x} \right) dx$

9	$\int \frac{2^{1/x} + \sin(1/x) + 3}{x^2} dx$
10	$\int \left(\frac{x^3}{\sqrt{2x^4 + 5}} + \frac{\ln(\operatorname{tg} x + 2)}{\cos^2 x} \right) dx$
11	$\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 2e^x + 2}$
12	$\int \left(\frac{\ln(\cos x + 1) \sin x}{\cos x + 1} + \frac{2}{x\sqrt{4 - \ln^2 x}} \right) dx$
13	$\int \left(3^{\sin x} + \sqrt[3]{\sin x + 1} + 2 \right) \cos x dx$
14	$\int \frac{e^{1/x} + \sqrt[8]{x} + 1}{x^2} dx$
15	$\int \frac{\cos x dx}{4 \sin^2 x - 1}$
16	$\int \frac{e^{x^2-1}}{e^{x^2} - 1} x dx$
17	$\int (e^{\cos x} - 2 \cos^3 x + 3) \sin x dx$
18	$\int \left(\sqrt{\frac{1 + 2\sqrt{x}}{x}} + x^3 \cos(x^4) \right) dx$
19	$\int \frac{\sin(\ln x) + \sqrt[7]{8x} + 2^{\ln x}}{2x} dx$
20	$\int \frac{x + \arcsin^3 x + 5}{\sqrt{1 - x^2}} dx$
21	$\int \frac{\sqrt[3]{2 \operatorname{tg} x + 5} + 3^{\operatorname{tg} x} + 1}{\cos^2 x} dx$

22	$\int \frac{\operatorname{ctg} 5x - 1}{\cos^2 5x} dx$
23	$\int x \left(3^{-x^2} + \cos(10x^2 + 2) + \sqrt[5]{x} \right) dx$
24	$\int \left(e^{\sin^2 x} + \cos 2x + 1 \right) \sin 2x dx$
25	$\int \left(\frac{e^{x+2}}{\sqrt{e^{2x+4}}} + \operatorname{tg} 5x + 2 \right) dx$
26	$\int \frac{\cos(\ln x + 1) + \ln x + \sqrt[5]{4x}}{x} dx$
27	$\int \left(\frac{1}{(\arccos x + 1)\sqrt{1-x^2}} + e^{5+\sin^2 x} \sin 4x \right) dx$
28	$\int \frac{e^{\operatorname{arctg} 3x} + 48x + 1}{1 + 9x^2} dx$
29	$\int \left(\frac{\ln(\arccos x + 1)}{(\arccos x + 1)\sqrt{1-x^2}} + \frac{x}{\sqrt[4]{(2+3x^2)^3}} \right) dx$
30	$\int \left(\frac{1}{(1+x^2)\sqrt{9-\operatorname{arctg}^2 x}} + \frac{3x-4}{1+x^2} \right) dx$
31	$\int \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{4-\arcsin^2 x}} + \frac{5x+6}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$
32	$\int \left(\frac{\ln^3 x - 2}{x\sqrt{\ln x}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}(1+\arcsin x)} \right) dx$

Задача 1.2. Вычислить неопределенный интеграл. *Указание:* использовать метод интегрирования по частям.

1	$\int x^2 e^{-2x} dx$	2	$\int x \operatorname{arctg} 2x dx$
3	$\int e^{5x} \sin 3x dx$	4	$\int (5 - x^2) \cos x dx$
5	$\int \frac{2x dx}{\sin^2 x}$	6	$\int e^{2x} \sin^2 x dx$
7	$\int (7 - x^2) \sin x dx$	8	$\int (2x^2 + x - 3) \sin x dx$
9	$\int \ln(x^2 + 1) dx$	10	$\int \arcsin 5x dx$
11	$\int \sin(\ln x) dx$	12	$\int \frac{\ln(\sin^2 x) dx}{\cos^2 x}$
13	$\int (x + 2)^2 \cos 2x dx$	14	$\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$
15	$\int \sin x \ln(\cos x) dx$	16	$\int \frac{\ln(\operatorname{arctg} x)}{1 + x^2} dx$
17	$\int e^{2x} (\ln e^{2x} + 1) dx$	18	$\int \frac{\ln \sin x}{\cos^2 x} dx$
19	$\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1 - x}} dx$	20	$\int (5x^2 - 8x + 2) e^{-x} dx$
21	$\int \frac{\cos 2x}{e^{3x}} dx$	22	$\int \arcsin^2 x dx$
23	$\int (x^2 + 5) \ln 2x dx$	24	$\int \left(\frac{2}{\sin^2 x} + x \ln x \right) x dx$
25	$\int x \arcsin(2x) dx$	26	$\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^3} dx$
27	$\int (x + 3) \operatorname{arctg} 3x dx$	28	$\int \frac{\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}}{\sqrt[3]{e^x}} dx$

29	$\int \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\sin^2 x} dx$	30	$\int x \operatorname{tg}^2 x dx$
31	$\int \sqrt[3]{x} \ln^2 x dx$	32	$\int (x^2 - 2x + 3) 5^x dx$

Задача 1.3. *Указание:* использовать приемы интегрирования дробно-рациональных функций.

1	$\int \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2 - 4x - 12} dx$	2	$\int \frac{x^2 - x - 4}{x^2 - 2x - 8} dx$
3	$\int \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + x - 20} dx$	4	$\int \frac{x^2 + 6}{x^2 - x - 6} dx$
5	$\int \frac{x^2 - x + 4}{x^2 - 2x - 15} dx$	6	$\int \frac{x^2 + 9x - 6}{x^2 + 4x - 12} dx$
7	$\int \frac{x^2 + 4x - 27}{x^2 - x - 20} dx$	8	$\int \frac{x^2 + 6x - 6}{x^2 + x - 6} dx$
9	$\int \frac{x^2 + 7x - 6}{x^2 + 2x - 8} dx$	10	$\int \frac{x^2 + 7x - 14}{x^2 + 2x - 15} dx$
11	$\int \frac{2x^2 - 3x + 16}{2x^2 + x - 3} dx$	12	$\int \frac{x^2 + 7x + 15}{x^2 + 5x + 6} dx$
13	$\int \frac{x^2 + 3x + 6}{x^2 + 2x - 3} dx$	14	$\int \frac{x^2 + x + 15}{x^2 - x - 12} dx$
15	$\int \frac{2x^2 + 15x + 43}{2x^2 + 11x + 12} dx$	16	$\int \frac{x^2 + 12x - 4}{x^2 + x - 2} dx$
17	$\int \frac{x^2 - 7x + 21}{x^2 - 5x + 4} dx$	18	$\int \frac{x^2 - 7x + 15}{x^2 - 5x + 6} dx$
19	$\int \frac{2x^2 + 3x + 21}{2x^2 - x - 6} dx$	20	$\int \frac{x^2 - x - 21}{x^2 - 2x - 8} dx$
21	$\int \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 4x + 3} dx$	22	$\int \frac{x^2 + 6x - 2}{x^2 + 3x - 10} dx$

23	$\int \frac{x^2 - 7x + 14}{x^2 - 8x + 15} dx$	24	$\int \frac{x^2 + 9x + 30}{x^2 + 8x + 12} dx$
25	$\int \frac{x^2 - 4x - 2}{x^2 - 9x + 20} dx$	26	$\int \frac{x^2 + 11x + 14}{x^2 + 6x + 8} dx$
27	$\int \frac{x^2 - 8x + 13}{x^2 - 7x + 12} dx$	28	$\int \frac{x^2 + 13x + 21}{x^2 + 5x + 4} dx$
29	$\int \frac{x^2 - 6x - 25}{x^2 - 5x - 14} dx$	30	$\int \frac{x^2 + x - 18}{x^2 - 4x - 5} dx$

Задача 1.4. *Указание:* использовать приемы интегрирования дробно-рациональных функций.

1	$\int \frac{x^2 - x + 6}{x^2 - 2x + 2} dx$	2	$\int \frac{x^2 + 5x + 18}{x^2 + 4x + 13} dx$
3	$\int \frac{x^2 - 3x + 7}{x^2 - 4x + 13} dx$	4	$\int \frac{x^2 - 5x + 5}{x^2 - 6x + 13} dx$
5	$\int \frac{x^2 - x - 1}{x^2 - 2x + 5} dx$	6	$\int \frac{x^2 + 5x + 11}{x^2 + 4x + 8} dx$
7	$\int \frac{x^2 - 5x + 17}{x^2 - 6x + 18} dx$	8	$\int \frac{x^2 - 7x + 27}{x^2 - 8x + 25} dx$
9	$\int \frac{x^2 - 3x + 8}{x^2 - 4x + 5} dx$	10	$\int \frac{x^2 + 3x + 4}{x^2 + 2x + 10} dx$
11	$\int \frac{x^2 + 7x + 5}{x^2 + 6x + 10} dx$	12	$\int \frac{x^2 - 9x + 23}{x^2 - 10x + 26} dx$
13	$\int \frac{x^2 + 3x + 6}{x^2 + 2x + 2} dx$	14	$\int \frac{x^2 + 7x + 17}{x^2 + 6x + 18} dx$
15	$\int \frac{x^2 - 3x + 7}{x^2 - 4x + 13} dx$	16	$\int \frac{x^2 + 11x + 22}{x^2 + 10x + 26} dx$
17	$\int \frac{x^2 + 9x + 27}{x^2 + 8x + 25} dx$	18	$\int \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 4x + 5} dx$

19	$\int \frac{x^2 - x + 13}{x^2 - 2x + 10} dx$	20	$\int \frac{x^2 - 5x + 8}{x^2 - 6x + 13} dx$
21	$\int \frac{x^2 - 7x + 15}{x^2 - 8x + 17} dx$	22	$\int \frac{x^2 + 3x + 3}{x^2 + 2x + 5} dx$
23	$\int \frac{x^2 - 7x + 15}{x^2 - 8x + 20} dx$	24	$\int \frac{x^2 - 9x + 31}{x^2 - 10x + 29} dx$
25	$\int \frac{x^2 + 9x + 15}{x^2 + 8x + 17} dx$	26	$\int \frac{x^2 + 11x + 33}{x^2 + 10x + 34} dx$
27	$\int \frac{x^2 + 9x + 25}{x^2 + 8x + 20} dx$	28	$\int \frac{x^2 + 11x + 27}{x^2 + 10x + 29} dx$
29	$\int \frac{x^2 - 9x + 35}{x^2 - 10x + 34} dx$	30	$\int \frac{x^2 + 7x + 17}{x^2 + 6x + 13} dx$

Задача 1.5. *Указание:* использовать приемы интегрирования тригонометрических выражений.

1	$\int \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x}$
2	$\int \frac{\sin x \cos x}{(3 + \cos x)^2} dx$
3	$\int \cos^4 x \cdot \sin^3 x dx$
4	$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^3 x} dx$
5	$\int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x} dx$
6	$\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx$
7	$\int \sin 2x \cdot \sin 3x \cdot \sin 11x dx$

8	$\int \frac{dx}{5 - 3 \sin x + 4 \cos x}$
9	$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^3 x}$
10	$\int \cos^9 x \cdot \sin^{10} x \, dx$
11	$\int \frac{\cos^5 x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}} \, dx$
12	$\int \frac{\sin^7 x}{\cos^{13} x} \, dx$
13	$\int \sin^4 x \cdot \cos^6 x \, dx$
14	$\int \sin x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x \, dx$
15	$\int \frac{2 \, dx}{1 + \sin x + 2 \cos x}$
16	$\int \frac{\sin^3 x + \sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$
17	$\int \sin^5 x \cdot \cos^6 x \, dx$
18	$\int \frac{\sin^7 x \, dx}{\cos x \cdot \sqrt[3]{\cos^2 x}}$
19	$\int \frac{\cos^4 x}{\sin^8 x} \, dx$
20	$\int \cos^6 x \cdot \sin^8 x \, dx$
21	$\int \cos x \cdot \cos 3x \cdot \cos 4x \, dx$

22	$\int \frac{dx}{4 \cos x + 3 \sin x - 1}$
23	$\int \frac{\sin^4 x - 1}{\cos^3 x} dx$
24	$\int \cos^7 x \cdot \sin^4 x dx$
25	$\int \frac{\cos^{11} x dx}{\sin^2 x \cdot \sqrt[5]{\sin x}}$
26	$\int \sqrt[3]{\frac{\cos^2 x}{\sin^6 x}} dx$
27	$\int \cos^4 x \cdot \sin^6 x dx$
28	$\int \sin 11x \cdot \cos 5x \cdot \cos 3x dx$
29	$\int \frac{1 + \sin^3 x}{\cos^2 x} dx$
30	$\int \frac{\sin^2 x \cos x}{\sin x + \cos x} dx$

Задача 1.6. *Указание:* использовать приемы интегрирования выражений, содержащих иррациональности.

1	$\int \frac{\sqrt{x+1} dx}{\sqrt{x+1} - 2}$	2	$\int \frac{\sqrt{4-x}}{x} dx$
3	$\int \frac{\sqrt{x+2} dx}{\sqrt{(x+2)^3 - 5}}$	4	$\int \frac{dx}{(x+5)\sqrt{1+x}}$
5	$\int \frac{dx}{(\sqrt[4]{x+1} - 3)\sqrt{x+1}}$	6	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x} + 4)}$

7	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}(x-1)}$	8	$\int \frac{dx}{(\sqrt[4]{2-x}+1)\sqrt{2-x}}$
9	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$	10	$\int \frac{\sqrt[4]{x} dx}{\sqrt[4]{x^5}+1}$
11	$\int \frac{\sqrt{1-x} dx}{\sqrt{1-x}+6}$	12	$\int \frac{\sqrt{x+9}}{x} dx$
13	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}-\sqrt{x-1}}$	14	$\int \frac{dx}{(x+11)\sqrt{2+x}}$
15	$\int \frac{dx}{(\sqrt[4]{x+2}-5)\sqrt{x+2}}$	16	$\int \frac{dx}{(\sqrt[3]{x-1}+9)\sqrt{x-1}}$
17	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}(x-16)}$	18	$\int \frac{\sqrt[3]{2-x} dx}{\sqrt[3]{(2-x)^4}+6}$
19	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}$	20	$\int \frac{\sqrt{x-4} dx}{x+5}$
21	$\int \frac{\sqrt{x+2} dx}{\sqrt{x+2}+3}$	22	$\int \frac{\sqrt{25-x}}{x} dx$
23	$\int \frac{\sqrt[5]{3-x} dx}{\sqrt[5]{(3-x)^6}-1}$	24	$\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x-3}}$
25	$\int \frac{dx}{(\sqrt[4]{x}+1)\sqrt{x}}$	26	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x}-16)}$
27	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}(81-x)}$	28	$\int \frac{\sqrt{x} dx}{1-\sqrt[4]{x}}$

29	$\int \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt[3]{x+2}}$	30	$\int \frac{dx}{(x+3)\sqrt{x+7}}$
----	--	----	-----------------------------------

Задача 1.7. *Указание:* использовать приемы интегрирования выражений, содержащих иррациональности.

1	$\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{x^2 - 8x + 20}}$	2	$\int \frac{(x+3) dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 34}}$
3	$\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 13}}$	4	$\int \frac{(2x+5) dx}{\sqrt{x^2 - 10x + 16}}$
5	$\int \frac{(x+2) dx}{\sqrt{x^2 - 12x + 37}}$	6	$\int \frac{(x+3) dx}{\sqrt{x^2 - 14x + 58}}$
7	$\int \frac{(2x-7) dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 68}}$	8	$\int \frac{(x+3) dx}{\sqrt{x^2 - 10x + 24}}$
9	$\int \frac{(2x-3) dx}{\sqrt{x^2 + 14x + 48}}$	10	$\int \frac{(x-5) dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 17}}$
11	$\int \frac{(2x+3) dx}{\sqrt{x^2 - 8x + 32}}$	12	$\int \frac{(x+2) dx}{\sqrt{x^2 - 14x + 54}}$
13	$\int \frac{(2x+5) dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 25}}$	14	$\int \frac{(2x+7) dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 53}}$
15	$\int \frac{(x-7) dx}{\sqrt{x^2 - 16x + 60}}$	16	$\int \frac{(x+6) dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 50}}$
17	$\int \frac{(2x+3) dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 48}}$	18	$\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}$

19	$\int \frac{(x-2) dx}{\sqrt{x^2+2x+10}}$	20	$\int \frac{(3-x) dx}{\sqrt{x^2+6x+10}}$
21	$\int \frac{(x+4) dx}{\sqrt{x^2-8x+7}}$	22	$\int \frac{(1-x) dx}{\sqrt{x^2+14x+33}}$
23	$\int \frac{(2x+1) dx}{\sqrt{x^2-4x+29}}$	24	$\int \frac{(x-3) dx}{\sqrt{x^2+6x+8}}$
25	$\int \frac{(2-x) dx}{\sqrt{x^2+10x+24}}$	26	$\int \frac{(2x+5) dx}{\sqrt{x^2-14x+48}}$
27	$\int \frac{(x-6) dx}{\sqrt{x^2-4x+48}}$	28	$\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{x^2+14x+48}}$
29	$\int \frac{(x+2) dx}{\sqrt{x^2-12x+35}}$	30	$\int \frac{(4-x) dx}{\sqrt{x^2+10x+16}}$

Задача 1.8. *Указание:* использовать приемы интегрирования выражений, содержащих иррациональности.

1	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$	2	$\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx$
3	$\int x^3 \sqrt{25-x^2} dx$	4	$\int \frac{\sqrt{x^2-81}}{x^2} dx$
5	$\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$	6	$\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx$
7	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^2}}$	8	$\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-16)^3}}$

9	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{9-x^2}}$	10	$\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2+25}}$
11	$\int \frac{dx}{x \sqrt{36-x^2}}$	12	$\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2-25}}$
13	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{81-x^2}}$	14	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-9}}$
15	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+16}}$	16	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$
17	$\int \frac{\sqrt{x^2-25}}{x} dx$	18	$\int x^3 \sqrt{16-x^2} dx$
19	$\int \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2} dx$	20	$\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+16)^3}}$
21	$\int \frac{\sqrt{x^2-36}}{x^4} dx$	22	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$
23	$\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-25)^3}}$	24	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{81-x^2}}$
25	$\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2+4}}$	26	$\int \frac{dx}{x \sqrt{16-x^2}}$
27	$\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2-9}}$	28	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}}$
29	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-25}}$	30	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+81}}$

Задача 1.9. Вычислить определенный интеграл.

1	$\int_{-\pi/2}^{\pi/4} \frac{\cos^3 x \, dx}{\sqrt[3]{\sin x}}$	2	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \, dx}{5 + 4 \cos x}$
3	$\int_0^{\pi/3} \cos^3 x \cdot \sin 2x \, dx$	4	$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sin x + 4 \cos x}$
5	$\int_0^{\pi/4} \frac{7 + \operatorname{tg} x}{(\sin x + 2 \cos x)^2} dx$	6	$\int_0^{2\pi} \sin^4 x \cdot \cos^4 x \, dx$
7	$\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} \, dx$	8	$\int_{-1/2}^0 \frac{x \, dx}{2 + \sqrt{2x + 1}}$
9	$\int_0^{\pi/2} x \cos x \, dx$	10	$\int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x^2} dx$
11	$\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$	12	$\int_1^e (x + 1) \ln 5x \, dx$
13	$\int_0^1 \frac{x \, dx}{1 + x^4}$	14	$\int_0^{\operatorname{arctg}(2/3)} \frac{(6 + \operatorname{tg} x) \, dx}{9 \sin^2 x + 4 \cos^2 x}$
15	$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx$	16	$\int_{-\pi/2}^0 \frac{\cos x \, dx}{(1 + \cos x - \sin x)^2}$
17	$\int_0^{\pi} 2^4 \sin^2 x \cdot \cos^4 x \, dx$	18	$\int_{\pi/4}^{\arccos(1/\sqrt{3})} \frac{\operatorname{tg} x \, dx}{\sin^2 x - \cos^2 x + 4}$

19	$\int_0^1 \frac{x dx}{x^2 + 3x + 2}$	20	$\int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}}$
21	$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \cos^4 x \sin^3 x dx$	22	$\int_1^e \frac{\ln x + 1}{x \ln x} dx$
23	$\int_0^{\ln 3} \frac{e^x (e^x - 3)}{e^x + 3} dx$	24	$\int_{\pi/6}^{\pi/3} (5x + 1) \cos 4x dx$
25	$\int_0^4 x \ln (x^2 + 9) dx$	26	$\int_0^{\pi/2} \sin 12x \cdot \cos 5x dx$
27	$\int_{1/5}^{(e^{\pi/2})/5} \frac{\sin \ln 5x}{3x} dx$	28	$\int_0^1 \frac{3e^x dx}{e^{2x} + 2e^x + 2}$
29	$\int_0^{\pi/2} \arcsin 2x dx$	30	$\int_0^1 (x + 1) \operatorname{arctg} x dx$

Задача 1.10. Вычислить с помощью определенного интеграла площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми. Сделать чертеж.

1	$\rho = 4 \cos 4\varphi$	2	$y = 4 - x^2,$ $y = \sqrt{4 - x^2}$
3	$y = \arccos \frac{x}{3},$ $y = 0, x = 0$	4	$\rho = \sin 6\varphi$

5	$y = \operatorname{tg} \frac{x}{2},$ $y = 1, x = 0$	6	$\rho = 2 \sin 4\varphi$
7	$\rho = 3(1 - \cos \varphi)$	8	$y = x^2 - 1,$ $y = \sqrt{1 - x^2}$
9	$\rho = 2(1 - \cos \varphi)$	10	$\rho = 2 \sin 3\varphi$
11	$\rho = \cos 2\varphi$	12	$y = 2x - x^2 + 3,$ $y = x^2 - 4x + 3$
13	$y = \sin x, y = \cos x$ $x = 0, x = \frac{\pi}{4}$	14	$y = \arccos \frac{x}{2}$ $y = \arccos x$
15	$y = (x - 2)^2,$ $y = 4x - 8$	16	$\rho = 2(1 - \sin \varphi)$
17	$y = \sin \frac{x}{2}, y = \cos \frac{x}{2},$ $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$	18	$\rho = 2 \cos 6\varphi$
19	$\rho = \frac{1}{2} - \sin \varphi$	20	$\rho = 1 - \sin \varphi$
21	$y = x\sqrt{4 - x^2}$ $y = 0, 0 \leq x \leq 2$	22	$y = 3x - x^2 + 4,$ $y = x^2 - 5x + 4$
23	$y = \operatorname{tg} \frac{x}{4},$ $y = \sqrt{3}, x = 0$	24	$y = x^2 - 2x + 1,$ $y = 2x - 2$

25	$y = \operatorname{tg} \frac{x}{3},$ $y = \frac{1}{\sqrt{3}}, x = 0$	26	$\rho = 4 \sin 3\varphi$
27	$\rho = 3(1 - \sin \varphi)$	28	$y = \arccos \frac{x}{4},$ $x = 0, y = 0$
29	$y = x\sqrt{9 - x^2},$ $0 \leq x \leq 3, y = 0$	30	$y = \arccos \frac{x}{4},$ $y = \arccos x$
31	$y = (x - 3)^2,$ $y = 6x - 18$	32	$\rho = 4 \cos 3\varphi$

Задача 1.11. Вычислить с помощью определенного интеграла длину дуги кривой. Сделать чертеж.

1	$y = \sqrt{1 - x^2},$ $y = 1 - x^2$	2	$\rho = 3(1 + \sin \varphi),$ $-\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq 0$
3	$\rho = 2(1 - \cos \varphi),$	4	$y = 1 - \ln(x^2 - 1),$ $3 \leq x \leq 4$
5	$\rho = 1 - \sin \varphi,$ $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{6}$	6	$y = \ln(x^2 - 1),$ $2 \leq x \leq 3$
7	$y = (x - 2)^2,$ $0 \leq x \leq 6$	8	$\rho = 4(1 - \sin \varphi),$ $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$
9	$y = e^x + 4,$ $\ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{24}$	10	$y = \ln x,$ $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$

11	$y = x^2 - 1,$ $y = \sqrt{1 - x^2}$	12	$\rho = 2(1 - \cos \varphi),$
13	$\rho = \frac{\varphi}{2},$ $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$	14	$\rho = 2\varphi,$ $0 \leq \varphi \leq \frac{2}{3}$
15	$\rho = 3 \sin 2\varphi,$	16	$y = e^x + 3,$ $\ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$
17	$\rho = e^{2\varphi/3},$ $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$	18	$y = \sqrt{2x - x^2},$ $0 \leq x \leq 2$
19	$y = \sqrt{-2x - x^2},$ $-2 \leq x \leq 0$	20	$y = \ln 7 - \ln x,$ $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$
21	$\rho = 8 \sin \varphi,$ $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$	22	$\rho = 4 \cos \varphi,$ $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$
23	$\rho = 4\varphi,$ $0 \leq \varphi \leq \frac{3}{4}$	24	$\rho = 7(1 - \sin \varphi),$
25	$\rho = e^{3\varphi/4},$ $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}$	26	$y = \ln(1 - x^2),$ $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$
27	$y = 2x - x^2 + 3,$ $-1 \leq x \leq 2$	28	$\rho = 5(1 + \cos \varphi),$ $-\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq 0$

29	$y = x\sqrt{9 - x^2},$ $0 \leq x \leq 3, y = 0$	30	$\rho = 2 \cos \varphi,$ $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}$
31	$\rho = 3 \sin 2\varphi,$	32	$y = e^x + 5,$ $\ln \sqrt{15} \leq x \leq \ln \sqrt{35}$

Задача 1.12. С помощью определенного интеграла найти объем тела, образованного вращением плоской фигуры вокруг оси OX (V_{OX}), вокруг оси OY (V_{OY}) или вычислить площадь поверхности, образованной вращением кривой вокруг оси OX (S_{OX}). Сделать чертеж.

1	$y = \cos 2x,$ $y = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$	S_{OX}	2	$y = \sin \frac{x}{2}, y = \cos \frac{x}{2},$ $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$	V_{OX}
3	$y = 4 - x^2,$ $y = \sqrt{4 - x^2}$	V_{OX}	4	$y = \sin 3x,$ $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$	S_{OX}
5	$y = \operatorname{tg} x,$ $y = \sqrt{3}, x = 0$	V_{OX}	6	$y = \arccos \frac{x}{2},$ $x = 0, y = 0$	V_{OY}
7	$y = x^2 - 2x + 1,$ $y = 0, x = 2$	V_{OY}	8	$x^2 + (y - 1)^2 = 1$	V_{OX}
9	$y = 1 - x^2,$ $y = \sqrt{1 - x^2}, x = 0$	V_{OX}	10	$y = x\sqrt{4 - x^2},$ $y = 0$	V_{OX}
11	$y = \sin x,$ $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$	S_{OX}	12	$y = e^{1-x}, y = 0,$ $x = 0, x = 1$	V_{OX}

13	$y = \operatorname{tg} \frac{x}{2},$ $y = \frac{1}{\sqrt{3}}, x = 0$	V_{OX}	14	$y = (x - 1)^2,$ $y = 1$	V_{OY}
15	$y = \arccos \frac{x}{2},$ $y = \arccos x$	V_{OY}	16	$y = \arccos x,$ $y = \arcsin x, x = 0$	V_{OY}
17	$y = \cos 3x,$ $y = 0, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$	S_{OX}	18	$y = \arccos \frac{x}{3},$ $x = 0, y = 0$	V_{OY}
19	$y = \sin \frac{x}{2},$ $0 \leq x \leq \pi$	S_{OX}	20	$y = -\sqrt{-2x - x^2},$ $y = 0$	V_{OX}
21	$y = \operatorname{tg} \frac{x}{4},$ $y = 1, x = 0$	V_{OX}	22	$y = \sin \frac{x}{4}, y = \cos \frac{x}{4},$ $x = 0, x = \frac{\pi}{16}$	V_{OX}
23	$y = \sqrt{9 - x^2},$ $y = x^2 - 9$	V_{OY}	24	$y = \arccos \frac{x}{3},$ $y = \arccos x$	V_{OY}
25	$y = \cos \frac{x}{2},$ $0 \leq x \leq \pi$	S_{OX}	26	$y = 4 - x^2,$ $y = \sqrt{4 - x^2}, x = 0$	V_{OY}
27	$y = \arccos 2x,$ $y = 0, x = 0$	V_{OY}	28	$y = x^2,$ $y = 0, x = 2$	V_{OY}
29	$y = \cos \frac{x}{3}, y = \sin \frac{x}{3},$ $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$	V_{OX}	30	$y^2 = 2x - x^2$	S_{OX}

31	$y = x\sqrt{1-x^2},$ $y = 0, 0 \leq x \leq 1$	V_{OX}	32	$y = \operatorname{tg} 2x,$ $y = 1, x = 0$	V_{OX}
----	--	----------	----	---	----------

Основные типы задач по темам „Несобственные интегралы“ и „Двойной и тройной интегралы и их приложения“

Задачи этой части составляют основу контрольной работы №2. Для успешной сдачи контрольной работы рекомендуется прорешать все задачи этой части.

Задача 2.1. Вычислить несобственный интеграл.

1	$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x - 2}$	2	$\int_{1/3}^{+\infty} \frac{dx}{x(1 + \ln^2 3x)}$
3	$\int_0^{+\infty} x e^{-3x} dx$	4	$\int_0^{\pi^2/4} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
5	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^3 + 3\sqrt{x}}}$	6	$\int_0^{\ln 4} \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$
7	$\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{4x^2 + 16x + 15}$	8	$\int_1^{+\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right)^2 dx$
9	$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\operatorname{ch} x}$	10	$\int_0^{2\sqrt{3}/3} \frac{x dx}{\sqrt{16 - 9x^4}}$
11	$\int_0^1 \frac{e^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$	12	$\int_0^{1/2} \frac{dx}{(1 + 4x^2) \sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}$

13	$\int_1^{+\infty} \frac{x \ln x \, dx}{(1+x^2)^2}$	14	$\int_0^{+\infty} e^{-2x} \cos x \, dx$
15	$\int_{\ln 2}^{+\infty} \frac{dx}{\operatorname{sh} x}$	16	$\int_0^{1/6} \frac{dx}{\sqrt{(1-9x^2) \arcsin 3x}}$
17	$\int_0^1 (\ln x)^2 dx$	18	$\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$
19	$\int_1^{+\infty} \frac{(3x+7) \, dx}{(x+1)(x+2)(x+3)}$	20	$\int_{\sqrt{3}/3}^{+\infty} \frac{dx}{(1+9x^2) (\operatorname{arctg} 3x)^2}$
21	$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{x}}$	22	$\int_0^{+\infty} \frac{x \, dx}{x^4 + 4x^2 + 8}$
23	$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-2x} dx$	24	$\int_{1/5}^{+\infty} \frac{dx}{(1+25x^2) \operatorname{arctg} 5x}$
25	$\int_0^{1/4} \frac{\arcsin 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx$	26	$\int_{\ln 2}^{\ln 4} \frac{dx}{\sqrt{e^x - 2}}$
27	$\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos x \sqrt{\sin 2x}}$	28	$\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin 2x \, dx$
29	$\int_2^{+\infty} \frac{(x-2) \, dx}{(x+1)(x+2)(x+4)}$	30	$\int_{2/3}^{\sqrt{2}/2} \frac{dx}{x^2 \sqrt{9x^2 - 4}}$

Задача 2.2. Изменить порядок интегрирования в двойном ин-

теграле $\int_a^b dx \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x, y) dy$.

N	a	b	$\varphi(x)$	$\psi(x)$
1	0	2	$1 - \frac{x^2}{4}$	$\sqrt{4 - x^2}$
2	0	1	$-\sqrt{2 - x^2}$	$2 - x$
3	0	2	$-\sqrt{2x - x^2}$	$2 - x$
4	0	$\sqrt{2}$	$x^2/2$	$\sqrt{3 - x^2}$
5	0	2	$\sqrt{2x - x^2}$	$\sqrt{2x}$
6	0	1	$\sqrt{x}$	$3 - 2x$
7	0	1	$-\sqrt{1 - x^2}$	$1 - x$
8	0	$3/2$	$2x^2$	$6 - x$
9	1	2	$-x$	$\sqrt{1 + x^2}$
10	-1	$1/2$	x	$1 - x^2$
11	0	1	$-x$	$\sqrt{4 - x^2}$
12	-1	1	$-\sqrt{1 - x^2}$	$1 - x^2$
13	2	4	$\sqrt{4x - x^2}$	$\sqrt{8x}$

14	-6	2	$\frac{x^2}{4} - 1$	$2 - x$
15	$1/4$	1	$\sqrt{x}$	$\sqrt{4x}$
16	0	1	$\frac{1 - x^2}{2}$	$\sqrt{1 - x^2}$
17	0	1	$\sqrt{2x - x^2}$	$2 - x$
18	0	1	$-\sqrt{4 - x^2}$	$2x$
19	$1/2$	$3/2$	0	$\sqrt{2x - x^2}$
20	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\frac{x^2}{2}$	$\sqrt{3 - x^2}$
21	-1	2	$x^2 - 2x - 3$	$2 - x$
22	1	4	0	$\sqrt{x}$
23	0	$3/4$	x^2	x
24	0	1	x	$x^2 + 1$
25	-3	1	$x - 2$	$3 - 2x - x^2$
26	1	2	$\sqrt{4x - 3 - x^2}$	$\sqrt{4x - x^2}$
27	-2	0	$-\sqrt{-2x - x^2}$	$\sqrt{4 - x^2}$
28	0	1	$x^2 - 4$	$\sqrt{4 - x^2}$

29	0	4	$3x^2$	$12x$
30	1	2	0	$\sqrt{4x - x^2}$

Задача 2.3. Вычислить двойной интеграл.

1	$\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	$D : y^2 \leq x \leq y$
2	$\iint_D \exp(x^2 + y^2) dxdy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$
3	$\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dxdy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq R^2 \\ x \leq y \leq \sqrt{3}x \end{cases}$
4	$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dxdy$	$D : \begin{cases} 4x \leq x^2 + y^2 \leq 8x \\ 0 \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}} \end{cases}$
5	$\iint_D x \sqrt{x^2 + y^2} dxdy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq -8x \\ x \leq y \leq -x \end{cases}$
6	$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dxdy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 6y \\ 0 \leq y \leq -x \sqrt{3} \end{cases}$

7	$\iint_D e^{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ y \leq x \leq -y \end{cases}$
8	$\iint_D x \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} 2x \leq x^2 + y^2 \leq 4x \\ 0 \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}} \end{cases}$
9	$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$	$D : \begin{cases} -4y \leq x^2 + y^2 \leq -8y \\ y \leq x \leq -y \end{cases}$
10	$\iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$	$D : \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$
11	$\iint_D \cos \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} \frac{\pi^2}{4} \leq x^2 + y^2 \leq \pi^2 \\ \sqrt{3}x \leq y \leq 0 \end{cases}$
12	$\iint_D \frac{ye^{\sqrt{x^2+y^2}}}{x^2 + y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq -2x \\ y \leq 0 \end{cases}$
13	$\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} (x^2 + y^2)^2 \leq x^2 - y^2 \\ 0 \leq y \leq x \end{cases}$
14	$\iint_D y \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4x \\ y \geq x\sqrt{3} \end{cases}$
15	$\iint_D \frac{y dx dy}{(x^2 + y^2) e^{\sqrt{x^2+y^2}}}$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq -4x \\ y \geq 0 \end{cases}$

16	$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$	$D : 2x \leq x^2 + y^2 \leq 4x$
17	$\iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ x \leq y \leq x\sqrt{3} \end{cases}$
18	$\iint_D \frac{x dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 2y \\ x \leq y \end{cases}$
19	$\iint_D dx dy$	$D : \begin{cases} (x^2 + y^2)^2 \geq x^2 - y^2 \\ x^2 + y^2 \geq 2x \\ -x \leq y \leq x \end{cases}$
20	$\iint_D \frac{y}{x^2 + y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq -4y \\ 0 \leq x \leq -y \end{cases}$
21	$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	$D : x \leq y \leq -x^2$
22	$\iint_D \frac{x dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	$D : \begin{cases} (x^2 + y^2)^2 \geq x^2 - y^2 \\ x^2 + y^2 \leq 2x \\ x \leq y \leq -x \end{cases}$
23	$\iint_D \sqrt{36 - 4x^2 - 9y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} 4x^2 + 9y^2 \leq 36 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$
24	$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	$D : \begin{cases} 9 \leq x^2 + y^2 \leq 6y \\ 0 \leq x \leq y \end{cases}$

25	$\iint_D \sqrt{4 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}} dx dy$	$D : \begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \geq 1 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} \leq 1 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$
26	$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq -2x \\ 0 \leq y \leq -x \end{cases}$
27	$\iint_D y dx dy$	$D : \begin{cases} 4 \leq x^2 + y^2 \leq 4x \\ -x \leq y \leq x \end{cases}$
28	$\iint_D \frac{x e^{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x^2 + y^2} dx dy$	$D : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq -2y \\ x \leq 0 \end{cases}$
29	$\iint_D \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} dx dy$	$D : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$
30	$\iint_D y dx dy$	$D : \begin{cases} 4 \leq x^2 + y^2 \leq 4x \\ -x \leq y \leq x \end{cases}$
31	$\iint_D x dx dy$	$D : \begin{cases} 4 \leq x^2 + y^2 \leq -4y \\ 0 \leq x \leq -y \end{cases}$

32	$\iint_D \frac{y \, dx \, dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	$D : \begin{cases} (x^2 + y^2)^2 \geq y^2 - x^2 \\ x^2 + y^2 \leq -2y \end{cases}$
----	--	--

Задача 2.4. С помощью тройного интеграла вычислить объем тела V , переходя к цилиндрическим или сферическим координатам

1	$\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 \leq 0 \\ 2z \leq x^2 + y^2 + 1 \end{cases}$
2	$\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 \leq 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1, z \geq 0 \\ z \leq 4 - x^2 - y^2 \end{cases}$
4	$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \leq y \end{cases}$
5	$\begin{cases} 1 \leq z \leq 2 \\ x^2 + y^2 \leq 2z \end{cases}$
6	$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 3z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \leq 3z \end{cases}$
8	$\begin{cases} z \geq -2 \\ x^2 + y^2 + z \leq 2 \end{cases}$
9	$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq z^2 \\ x^2 + y^2 \geq 2 - z \end{cases}$

10	$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 6z \\ 9 - x^2 - y^2 \geq 3z \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2z \geq x^2 + y^2 \\ z^2 \leq x^2 + y^2 \end{cases}$
12	$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1, z \geq 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 9 \end{cases}$
13	$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \end{cases}$
14	$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \\ x^2 + y^2 \geq z \end{cases}$
15	$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq z \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 3 \end{cases}$
16	$\begin{cases} x + y + z \leq 2 \\ z \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$
17	$\begin{cases} z \geq x^2 + y^2 \\ 2z \leq 3 - x^2 - y^2 \end{cases}$
18	$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \end{cases}$
19	$\begin{cases} x \leq z \leq 2x, x \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$
20	$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 3z \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \end{cases}$
21	$\begin{cases} z \geq 0 \\ z \leq 4 - x^2 - y^2 \end{cases}$

22	$\begin{cases} 0 \leq z \leq 5 - x - y \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$
23	$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z \\ x^2 + y^2 \leq z^2 \end{cases}$
24	$\begin{cases} 1 \leq z \leq 2 \\ z \leq 4 - x^2 - y^2 \end{cases}$
25	$\begin{cases} z \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1 \\ z^2 \leq x^2 + y^2 + 1 \end{cases}$
26	$\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1, z \geq 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \end{cases}$
27	$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \\ z \leq x^2 + y^2 \end{cases}$
28	$\begin{cases} 0 \leq z \leq x^2 + y^2 \\ x + y \leq 2, x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$

Основные типы задач по темам „Криволинейные и поверхностные интегралы“ и „Теория поля“

Задачи этой части составляют содержание типового расчета. Типовой расчет выполняется каждым студентом в отдельной тетради в соответствии с назначенным ему номером варианта.

Основные определения и теоремы, а также разбор решения задач по указанным темам приведены в Приложении.

Задача 3.1. Вычислить двумя способами: непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому кон-

туру L , пробегаемому против часовой стрелки

$$\int_L P(x, y) dx + Q(x, y) dy.$$

N	L	$P(x, y)$	$Q(x, y)$
1	$\triangle ABC, A(1, 1) B(2, 2) C(1, 3)$	$2(x^2 + y^2)$	$(x + y)^2$
2	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$	$xy + x + y$	$xy + x - y$
3	$x^2 + y^2 = 2x$	$xy + 1$	$xy - x + y$
4	$x^2 + y^2 = 4$	$-x^2y$	xy^2
5	$4x^2 + 9y^2 = 36$	$x + y$	$-x + y$
6	$y = \sin x, y = 0, 0 \leq x \leq \pi$	$e^x y$	e^x
7	$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$	$x^3 y$	$x^2 + 1$
8	$y = x^2, y = 1$	$x^2 y$	$x + y$
9	$y = 3x^2, y = 2x$	$(x + y)^2$	$-(x - y)^2$
10	$\triangle ABC, A(0, 0), B(2, 4), C(0, 4)$	$3x^2 y$	$x^3 + 2x$
11	$y = 2x^2, y = 2$	$x^2 - 2xy$	$y^2 - 2xy$
12	$x^2 + y^2 = 4$	$y^2 + x$	$x^2 + y$
13	$y = \frac{x^2}{4}, y = \frac{x}{2}$	$2xy$	$-x^2$

14	$x = 2y^2, 2y = x$	$2xy$	$x^2 + y^2$
15	$x^2 + y^2 = 9$	$x + y^2$	$x - y^2$
16	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1$	$y + x^2$	$-x$
17	$2y = x^2 + 2, y = 3x - 3$	$x + y$	$x - y$
18	$\triangle ABC, A(0,0), B(1,1), C(0,2)$	xy	$x^2 + y^2$
19	$ x + y = 1$	$(x + y)^2$	$-(x - y)^2$
20	$x^2 + y^2 = 25$	$x + y^2$	x^3
21	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$	$x - y$	$x^2 - y^2$
22	$y = x^2, y = 3x - 2$	$x^2 - 2xy$	$2xy + y^2$
23	$\triangle ABC, A(1,1), B(2,2), C(1,3)$	$(x + y)^2$	$x^2 + y^2$
24	$y = \sqrt{x}, 3y = x + 2$	$x^2 - y$	$x^2 + y$
25	$\triangle ABC, A(1,2), B(2,4), C(1,4)$	$\frac{y^2 + 1}{y}$	$\frac{2y^2 - x}{y^2}$
26	$y = 2\sqrt{x}, y = 2x$	$2xy^2$	$3x^2y$
27	$x^2 + y^2 = 4$	$x + 2y$	$y - 2x$
28	$\triangle ABC, A(1,1), B(3,2), C(2,5)$	$(x + y)^2$	$-x^2 - y^2$

Задача 3.2. Вычислить площадь части поверхности σ , заключенную внутри цилиндрической поверхности Π .

	σ	Π
1	$z = xy$	$x^2 + y^2 = 1$
2	$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$	$x^2 + y^2 = 1$
3	$z = 4 - x - y$	$x^2 + y^2 = 2x$
4	$z^2 = x^2 + y^2$	$x^2 + y^2 = 2x$
5	$x^2 + z^2 = 1, z \geq 0$	$x^2 + y^2 = 1$
6	$x^2 + y^2 + z^2 = 4$	$x^2 + y^2 = 2y$
7	$x^2 + y^2 + z^2 = 9$	$(x^2 + y^2)^2 = 9(x^2 - y^2)$
8	$z^2 = x^2 + y^2$	$(x^2 + y^2)^2 = 4(x^2 - y^2)$
9	$2z = xy$	$x^2 + y^2 = 4$
10	$2z = x^2 + y^2$	$x^2 + y^2 = 2$
11	$z^2 = 2xy$	$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$
12	$2z = 4 - x^2 - y^2$	$x^2 + y^2 = 2$
13	$z = \sqrt{x^2 + y^2}$	$x^2 + y^2 = 2x$
14	$z = \sqrt{x^2 - y^2}$	$(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$

15	$2z = x^2 - y^2$	$x^2 + y^2 = 1$
16	$2z = x^2 + y^2$	$(x^2 + y^2)^2 = 2xy$
17	$1 - z = (x^2 + y^2)^{3/2}$	$z \geq 0$
18	$z = x^2 + y^2$	$4(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$
19	$x^2 + y^2 = z^2$	$(x^2 + y^2)^2 = 2xy$
20	$x^2 + y^2 + z^2 = 1$	$(x^2 + y^2)^2 = 2xy$
21	$x^2 + z^2 = 1$	$x + y = 0, x - y = 0$
22	$2z^2 = x^2 + y^2$	$x^2 + y^2 = 2y$
23	$4z = x^2 + y^2$	$(x^2 + y^2)^2 = 8xy$
24	$x^2 + y^2 + z^2 = 4$	$x^2 + y^2 = 2x$
25	$x^2 + y^2 + z^2 = 25, z \geq 0$	$x^2 + y^2 = 9$
26	$z^2 = x^2 - y^2$	$x^2 + y^2 = 2x$
27	$4z = x^2 + y^2, z \leq 1$	$y^2 = 3x^2$
28	$z = 4 + 2x - y$	$(x^2 + y^2)^2 = 4xy$

Задача 3.3. Найти поток векторного поля через замкнутую поверхность двумя способами: 1) непосредственно, вычисляя потоки через все гладкие куски поверхности;

2) по теореме Остроградского-Гаусса.

N	A	σ
1	$x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$	$2z = 4 - x^2 - y^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$
2	$\mathbf{i} + \mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$	$z^2 = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 2$
3	$xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + \mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 1, y \geq 0, 0 \leq z \leq 2$
4	$(1 - z)(x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) + \mathbf{k}$	$(1 - z)^2 = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1$
5	$xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + x\mathbf{k}$	$2z = 9 - x^2 - y^2, z \geq 0$
6	$x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$
7	$\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + \mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq z \leq 3$
8	$x^2\mathbf{i} - z\mathbf{j} + y\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 4, x \geq 0, y \geq 1, z \geq 0$
9	$xy(\mathbf{i} + \mathbf{j}) + \mathbf{k}$	$y = 4 - x^2 - z^2, y \geq 0, z \geq 0$
10	$\mathbf{i} + \mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$	$2 - z = x^2 + y^2, z = -2$
11	$x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$y^2 = x^2 + z^2, 0 \leq y \leq 1, z \leq 0$
12	$xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 4, 0 \leq z \leq 1$
13	$x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$z^2 = x^2 + y^2, -1 \leq z \leq 0, x \geq 0$

14	$x\mathbf{i} + \mathbf{j} + xz\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 9, y \geq 0, 0 \leq z \leq 2$
15	$x^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$2z = 2 - x^2 - y^2, z \geq 0$
16	$\mathbf{i} - \mathbf{j} + x(2 - z)\mathbf{k}$	$(2 - z)^2 = x^2 + y^2, y \geq 0, z \geq 0$
17	$y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$
18	$x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$z = x^2 + y^2, x \geq 0, z \leq 4$
19	$yz\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$	$x^2 - 2y + y^2 = 0, 0 \leq z \leq 4$
20	$2xy\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$
21	$x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}$	$2z = 8 - x^2 - y^2, z \geq 2, y \geq 0$
22	$2xyz\mathbf{i} + 3xy\mathbf{j} - z^2y\mathbf{k}$	$x + y = 2, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4$
23	$2x\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} - xz\mathbf{k}$	$x^2 - 2z + z^2 = 0, 0 \leq y \leq 2$
24	$x\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$2y - 3 = x^2 + z^2, y \leq 2, z \geq 0$
25	$xy\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + 2yz\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = z^2, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 1$
26	$y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$z = 1 - x^2 - y^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$
27	$x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 4, 0 \leq x \leq y, z \geq 0$
28	$x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$2z = 4 - x^2 - y^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

Задача 3.4. Найти циркуляцию векторного поля $\mathbf{A}$ по контуру Γ двумя способами: 1) непосредственно, вычисляя линейный интеграл векторного поля по контуру Γ , 2) по теореме Стокса.

N	$\mathbf{A}$	Γ
1	$y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$	$x^2 + z^2 = 4 - y, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)
2	$2y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - 3x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 3$
3	$xy\mathbf{i} + z^2\mathbf{j}$	$y^2 = 1 - x - z, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)
4	$x\mathbf{i} - xz\mathbf{j} + y\mathbf{k}$	$x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$
5	$xy\mathbf{i} + x\mathbf{j} - yz\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 4, y = z$
6	$xy(\mathbf{i} + \mathbf{j}) + z\mathbf{k}$	$x^2 + z^2 = 1 - y, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)
7	$\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 1, x = z + 1$
8	$y\mathbf{i} - z^2\mathbf{j} + x\mathbf{k}$	$x + 2y + 2z = 4, x = 0, y = 0, z = 0$
9	$z^2\mathbf{i} - x\mathbf{j} - y\mathbf{k}$	$x^2 + z^2 = 4, y = z + 1$
10	$y^2\mathbf{i} - x^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$3x + y + 2z = 6, x = 0, y = 0, z = 0$
11	$y^2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$	$z^2 = 1 - x - y, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)
12	$z\mathbf{i} - x\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 9, x + y + z = 5$
13	$z^2\mathbf{i} - x^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$	$2x + y + z = 2, x = 0, y = 0, z = 0$
14	$y\mathbf{i} - z\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$	$y^2 = 1 - x - z, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)

15	$z\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 3$
16	$y\mathbf{i} - x^2\mathbf{j} + x\mathbf{k}$	$x^2 + z^2 = 4, z = y + 2$
17	$xy(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$	$x + 2y + z = 4, x = 0, y = 0, z = 0$
18	$z\mathbf{i} - y\mathbf{j} - x\mathbf{k}$	$x^2 + z^2 = 1 - y, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)
19	$yzi - xj + yk$	$x^2 + y^2 = 9, z = x + 1$
20	$xzi + zj + yk$	$y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 3$
21	$z\mathbf{i} - y\mathbf{j} - x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 4, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)
22	$z\mathbf{i} + zx\mathbf{j} + y\mathbf{k}$	$z = x^2 + y^2, z = 4$
23	$2y\mathbf{i} + z^2\mathbf{j} - x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 4, y = z$
24	$x\mathbf{i} - xz\mathbf{j} + y\mathbf{k}$	$2x + y + 2z = 2, x = 0, y = 0, z = 0$
25	$-2xz\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 1 - z, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)
26	$z\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} - x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 4, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)
27	$x\mathbf{j} - \mathbf{k}$	$x^2 + y^2 + z^2 = 1, z = y$
28	$z\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - x\mathbf{k}$	$x^2 + y^2 = 1 - z, x = 0, y = 0, z = 0$ (1 октант)

Содержание

Введение	3
Теоретические вопросы к экзамену (зачету)	5
Основные типы задач по темам „Методы интегрирования“ и „Определенный интеграл и его приложения“	9
Основные типы задач по темам „Несобственные интегралы“ и „Двойной и тройной интегралы и их приложения“	29
Основные типы задач по темам „Криволинейные и поверхностные интегралы“ и „Теория поля“	39