

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
„МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ“

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

I семестр

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Для студентов очного обучения
факультетов Электроники, ИТ, РТС

МОСКВА 2013

Составители: Е.В.Абрамова, В.П.Барашев, Е.Ю.Кузнецова,
Е.О.Сивкова, Л.И.Таланова, С.А.Унучек

Редактор Н.С.Чекалкин

Контрольные задания содержат типовой расчет по алгебре и геометрии. Представлены все основные типы задач по алгебре матриц и определителей, по аналитической геометрии, а также задачи, связанные с решением систем линейных уравнений. Типовой расчет выполняется студентами в письменном виде и сдается преподавателю до начала зачетной сессии.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета университета.

Рецензенты: Т.Н.Бобылева,
А.В.Татаринцев

© МИРЭА, 2013

Контрольные задания напечатаны в авторской редакции

Подписано в печать 00.00.2013. Формат 60 x 84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,86. Усл.кр.-отт. 7,44. Уч.изд.л. 2,0.

Тираж 100 экз. С 000

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
„Московский государственный технический университет
радиотехники, электроники и автоматики “
119454, Москва, пр.Вернадского, 78

I семестр
ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

Задача 1.1. Вычислить определитель.

№ вар.		№ вар.	
1	$\begin{vmatrix} 5 & -4 & 9 & 3 \\ 3 & -2 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & -5 & 3 \\ 4 & -4 & 10 & 2 \end{vmatrix}$	2	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 \\ -3 & -7 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & -5 & -2 \\ 3 & 6 & -6 & -4 \end{vmatrix}$
3	$\begin{vmatrix} 6 & 5 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & -3 \\ -4 & -2 & 3 & -1 \\ 4 & 6 & 7 & -2 \end{vmatrix}$	4	$\begin{vmatrix} -5 & -4 & 5 & -2 \\ 4 & 9 & -8 & 2 \\ -2 & -3 & 4 & -1 \\ -5 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$
5	$\begin{vmatrix} 4 & 7 & -3 & 2 \\ 5 & 6 & 1 & -1 \\ -7 & -2 & -11 & 7 \\ 3 & 6 & -9 & 7 \end{vmatrix}$	6	$\begin{vmatrix} 3 & -4 & -2 & -4 \\ 2 & -3 & 5 & -3 \\ -1 & 3 & -26 & 5 \\ 2 & -5 & 40 & -2 \end{vmatrix}$
7	$\begin{vmatrix} -2 & -12 & 17 & 8 \\ -8 & 5 & 10 & 4 \\ -4 & 3 & 5 & 2 \\ 3 & -5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$	8	$\begin{vmatrix} 2 & 11 & -6 & 6 \\ -3 & 8 & -4 & 2 \\ 7 & 3 & -3 & 4 \\ 3 & 4 & -5 & 2 \end{vmatrix}$
9	$\begin{vmatrix} -7 & 9 & 3 & -8 \\ -6 & 8 & 2 & -5 \\ 11 & -13 & -3 & 20 \\ 16 & -20 & -4 & 19 \end{vmatrix}$	10	$\begin{vmatrix} 5 & 13 & 2 & -4 \\ 7 & 4 & -3 & 12 \\ -3 & 2 & 2 & -7 \\ 4 & 3 & -1 & 5 \end{vmatrix}$
11	$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & 9 \\ 1 & -1 & 6 & -4 \\ 0 & 3 & -11 & 17 \\ -2 & 2 & -9 & 5 \end{vmatrix}$	12	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 6 & 7 \\ 2 & 2 & -5 & -1 \\ -1 & 1 & -14 & -8 \\ -5 & 1 & -34 & -24 \end{vmatrix}$

Продолжение задачи 1.1									
13		2	1	5	8			14	
		1	2	-7	2				
		-3	0	-20	-14				
		4	2	13	15				
15		4	3	1	3			16	
		2	2	-5	6				
		6	5	-2	9				
		-2	-1	-4	5				
17		7	3	5	8			18	
		2	1	-4	3				
		-12	-5	-9	-13				
		-10	-4	-13	-8				
19		6	1	-2	5			20	
		1	2	7	3				
		4	8	27	12				
		-2	7	29	6				
		3	1	0	3				
		11	4	-2	5				
		-16	-6	11	-4				
		8	3	-2	3				

Задача 1.2. Вычислить определитель.

№ вар.	
1	5 4 -2 4 -7
	-3 -2 3 5 2
	-4 -2 5 12 -1
	12 10 -3 19 -19
	4 4 5 15 -1
2	7 -9 3 2 -5
	5 -6 -4 3 7
	9 -12 8 1 -17
	11 -15 17 11 -10
	12 -15 4 5 1

4	$\begin{vmatrix} 6 & -8 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & -5 & -13 & -1 & 18 \\ 11 & -15 & 1 & 3 & 11 \\ -10 & 14 & 8 & 6 & -14 \end{vmatrix}$
5	$\begin{vmatrix} -6 & -5 & 3 & 4 & -2 \\ 7 & 6 & -5 & -6 & 4 \\ 2 & 8 & 2 & 6 & -1 \\ 3 & 2 & -3 & 4 & -4 \\ -4 & 3 & 7 & 8 & -2 \end{vmatrix}$
6	$\begin{vmatrix} 6 & -2 & 4 & -7 & 5 \\ -7 & 3 & -6 & 5 & 4 \\ -8 & 4 & -6 & 3 & 13 \\ 3 & 1 & 2 & -11 & 32 \\ -2 & 3 & -6 & -4 & 30 \end{vmatrix}$
7	$\begin{vmatrix} 5 & 4 & -3 & 7 & -2 \\ 6 & 5 & 4 & -3 & 8 \\ 10 & 8 & -4 & 11 & -4 \\ 3 & 2 & -17 & 24 & -17 \\ 4 & 3 & -10 & 17 & -7 \end{vmatrix}$
8	$\begin{vmatrix} 7 & -8 & 4 & -3 & 5 \\ 5 & -6 & -7 & 2 & -4 \\ 2 & 4 & 15 & 7 & 12 \\ 1 & 3 & -1 & 5 & -2 \\ 4 & -1 & 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$

Продолжение задачи 1.2						
9		$\begin{vmatrix} 7 & -6 & 4 & -5 & 3 \\ -6 & 5 & -3 & 2 & -4 \\ -4 & 3 & 1 & -4 & -6 \\ -3 & 2 & 12 & -11 & -7 \\ 11 & -10 & 8 & -15 & -2 \end{vmatrix}$				
10		$\begin{vmatrix} 8 & 5 & -3 & 4 & -6 \\ -7 & -4 & 2 & -5 & 2 \\ -6 & -3 & 4 & -6 & 1 \\ 9 & 6 & -4 & -2 & -10 \\ -13 & -7 & 3 & -11 & 2 \end{vmatrix}$				
11		$\begin{vmatrix} 7 & -1 & 2 & 5 & 0 \\ -11 & 2 & 0 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 2 & 13 & -1 \\ -18 & 3 & 0 & -1 & -1 \\ 25 & -4 & 2 & 9 & 0 \end{vmatrix}$				
12		$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & 3 & -1 \\ 5 & 8 & 3 & 17 & 1 \\ -1 & -1 & 10 & -3 & -2 \\ 3 & 4 & -11 & 13 & 2 \end{vmatrix}$				
13		$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 6 & -2 & 1 \\ 9 & 4 & 2 & 1 & 0 \\ 15 & 6 & 17 & 14 & 3 \\ 6 & 3 & -7 & -15 & -4 \\ -3 & -2 & 13 & 10 & 0 \end{vmatrix}$				
14		$\begin{vmatrix} 8 & 1 & 5 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 7 & -1 \\ 19 & 4 & 11 & 24 & 4 \\ -5 & 1 & -10 & -11 & -6 \\ 13 & 0 & 15 & 8 & 3 \end{vmatrix}$				

Продолжение задачи 1.2						
15		4	1	−1	4	2
		7	2	5	0	−1
		15	4	6	25	4
		3	1	3	−22	−6
		1	0	−4	23	3
16		2	5	0	5	−3
		3	2	−2	7	1
		7	12	−1	21	−5
		1	−3	−3	−3	10
		1	8	3	5	6
17		3	7	−1	5	0
		2	5	7	3	−1
		8	19	10	17	−1
		−1	−2	3	−7	5
		4	9	−4	9	14
18		21	2	0	5	−8
		7	1	3	−4	1
		49	5	5	11	−15
		−14	−1	1	−15	15
		35	3	−1	17	−4
19		5	7	−1	4	9
		3	5	2	7	0
		13	19	2	18	16
		−2	−2	1	2	−4
		7	9	−2	8	23
20		2	−1	0	−5	1
		3	6	7	4	−3
		7	4	9	−6	0
		1	7	5	8	−3
		1	−8	−5	−16	11

Задача 1.3. Решить матричные уравнения

$AX = B$ и $YA = C + \alpha Y$ с помощью обратной матрицы.

№	A	B	C	α
1	$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 10 & 6 & -4 \\ 11 & 1 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 28 & -10 \\ -2 & 1 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$	-2
2	$\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -8 & -2 & 1 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & -13 \\ -2 & 9 \\ -4 & 10 \end{pmatrix}$	-3
3	$\begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -6 & -27 & 16 \\ 4 & 19 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -21 & 15 \\ 24 & -24 \\ 16 & -12 \end{pmatrix}$	-1
4	$\begin{pmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -22 & -20 & 13 \\ 9 & 12 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 12 & 33 \\ -9 & -12 \end{pmatrix}$	2
5	$\begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & -14 & 19 \\ 12 & 16 & -20 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & -7 \\ 14 & 19 \\ -8 & -13 \end{pmatrix}$	3
6	$\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & 12 & -14 \\ 7 & -18 & 16 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -12 & 10 \\ 14 & 0 \\ -22 & 2 \end{pmatrix}$	-4
7	$\begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 26 & -16 & 34 \\ 33 & -18 & 41 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 12 & -32 \\ -7 & 12 \\ 6 & -26 \end{pmatrix}$	1
8	$\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -28 & 29 & 5 \\ 20 & -19 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 30 & -49 \\ 0 & 14 \\ 22 & -49 \end{pmatrix}$	-2
9	$\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 13 & 4 & -15 \\ 28 & 7 & -27 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -24 & 12 \\ 34 & -19 \\ 14 & -8 \end{pmatrix}$	-4
10	$\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 16 & 16 & 10 \\ -20 & -7 & -6 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 15 & -22 \\ 3 & -3 \\ -12 & 13 \end{pmatrix}$	2

Продолжение задачи 1.3				
11	$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 20 & 7 & 16 \\ 28 & 11 & 23 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 27 & 6 \\ -23 & -5 \\ 29 & 5 \end{pmatrix}$	1
12	$\begin{pmatrix} -8 & -7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -47 & 39 & -37 \\ 12 & -10 & 10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -20 & -28 \\ -1 & 3 \\ 17 & 26 \end{pmatrix}$	-3
13	$\begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 31 & -32 & -19 \\ 14 & -16 & -10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 & 16 \\ 11 & -64 \\ 7 & -24 \end{pmatrix}$	4
14	$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 & 21 & 5 \\ -10 & -25 & 28 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 22 & -2 \\ -32 & 16 \\ -22 & 14 \end{pmatrix}$	1
15	$\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -25 & 14 & -12 \\ -14 & 8 & -8 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 12 & 37 \\ -4 & -4 \\ -4 & -19 \end{pmatrix}$	2
16	$\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 33 & 4 & -23 \\ -9 & -2 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 14 \\ -4 & -8 \\ 16 & 8 \end{pmatrix}$	5
17	$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 9 & -13 & 10 \\ 13 & -11 & 10 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 12 & 13 \\ 12 & 21 \\ -12 & -25 \end{pmatrix}$	-2
18	$\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -15 & 21 & -39 \\ 6 & -6 & 12 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & 17 \\ 0 & -2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$	-5
19	$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 & 0 & -5 \\ -3 & -10 & -5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 21 & 7 \\ -3 & -9 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$	-1
20	$\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 42 & -4 & -15 \\ -14 & 0 & 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 14 & 26 \\ -11 & -19 \end{pmatrix}$	3

Задача 2.1. Решить линейную однородную систему методом Гаусса. Сделать проверку.

№ вар.	
1	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + 11x_2 - 9x_3 - 4x_4 - 7x_5 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 - 5x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 - 5x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0 \\ 4x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 0 \\ 12x_1 - 6x_2 - 2x_3 + 13x_4 + 18x_5 = 0 \\ 3x_1 + 11x_2 - 10x_3 + 8x_4 - 17x_5 = 0 \end{cases}$
4	$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 0 \\ -4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 0 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 - x_5 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 - 2x_5 = 0 \\ 8x_1 + 19x_2 - 8x_3 - 15x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 + 2x_5 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_5 = 0 \\ 6x_1 - 9x_2 - 12x_3 + 22x_4 + 10x_5 = 0 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 5x_5 = 0 \\ -3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 - 17x_3 + 6x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 6x_2 + 7x_3 - 2x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$

Продолжение задачи 2.1	
8	$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_5 = 0 \\ -4x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0 \\ -5x_1 - 13x_2 + 12x_3 + 8x_4 - 10x_5 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 7x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 - 3x_5 = 0 \\ 19x_1 + 17x_2 + 6x_3 + x_4 - 30x_5 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 10x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$
10	$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - 8x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 0 \\ 7x_1 + 4x_2 + 7x_3 - 6x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 9x_4 - 4x_5 = 0 \end{cases}$
12	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 8x_4 + 11x_5 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \\ 4x_1 - 4x_2 + 19x_4 + 23x_5 = 0 \\ x_1 - 6x_2 + 11x_3 - 5x_4 - 10x_5 = 0 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \\ 17x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 10x_4 + 2x_5 = 0 \\ -4x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$
14	$\begin{cases} 6x_1 + 2x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 + 7x_5 = 0 \\ 16x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 0 \\ 9x_1 + 5x_2 + 13x_3 - x_4 + 3x_5 = 0 \\ 23x_1 + 7x_2 + 19x_3 + 3x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 + 10x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$

Продолжение задачи 2.1	
16	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + 8x_3 - x_4 = 0 \\ -x_1 + 10x_2 - 25x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 0 \\ -x_1 - 4x_2 + 8x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$
17	$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_4 - 5x_5 = 0 \\ 2x_1 + 5x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ -8x_1 + 7x_2 - 15x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$
18	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_3 - 5x_4 + 4x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0 \\ 11x_1 - 7x_2 - 3x_3 - 15x_4 - 8x_5 = 0 \\ -5x_1 + 2x_2 + 5x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$
20	$\begin{cases} 7x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0 \\ 14x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 7x_4 + 11x_5 = 0 \\ -7x_1 + 4x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0 \end{cases}$

Задача 2.2. Найти общее решение линейной неоднородной системы методом Гаусса. Выделить частное решение неоднородной системы и общее решение соответствующей однородной системы. Сделать проверку.

№ вар.	
1	$\begin{cases} -5x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = -5 \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 + x_5 = 5 \\ -3x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 7x_1 - x_2 - 3x_3 + 9x_4 - 8x_5 = 10 \end{cases}$

Продолжение задачи 2.2	
2	$\left\{ \begin{array}{l} -3x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 2x_4 + 4x_5 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 5x_5 = -1 \\ 12x_1 - x_2 + 24x_3 - 13x_4 + 7x_5 = -1 \\ 4x_1 - 13x_2 + 8x_3 - x_4 - 13x_5 = 3 \end{array} \right.$
3	$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 6 \\ 4x_1 - 2x_2 - 4x_3 + x_4 + 2x_5 = -2 \\ -9x_1 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = -8 \end{array} \right.$
4	$\left\{ \begin{array}{l} x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 - 4x_5 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 - 3x_5 = -4 \\ -7x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 11x_4 + x_5 = 12 \\ -9x_1 + 10x_2 - 5x_3 + 14x_4 = 16 \end{array} \right.$
5	$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 - x_5 = 1 \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 3x_5 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 4x_5 = 11 \\ 11x_1 - 11x_2 + 15x_3 + 9x_4 = 15 \end{array} \right.$
6	$\left\{ \begin{array}{l} 5x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 3x_5 = 4 \\ 9x_1 - 10x_2 - 5x_3 - 11x_4 = 13 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 - 4x_4 - x_5 = 3 \end{array} \right.$
7	$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + 3x_4 - 3x_5 = 3 \\ -5x_2 + 2x_3 + x_4 - 2x_5 = -12 \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4 + x_5 = 13 \\ -8x_1 - x_2 + 8x_3 + 7x_4 - 5x_5 = -9 \end{array} \right.$
8	$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + x_5 = 7 \\ -2x_2 + x_3 + 4x_4 - 3x_5 = -4 \\ 4x_1 - 16x_2 + 15x_3 + 16x_4 - 13x_5 = -6 \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 3 \end{array} \right.$
9	$\left\{ \begin{array}{l} x_2 + x_3 - 2x_4 - x_5 = 8 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 12 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 - 4x_5 = -8 \\ -x_1 + 3x_2 + 6x_3 - 2x_4 - 7x_5 = -8 \end{array} \right.$

Продолжение задачи 2.2	
10	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 9x_4 + x_5 = 8 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 - x_4 - 4x_5 = -3 \\ 7x_1 - 4x_2 + 12x_3 - 2x_4 - 11x_5 = -1 \\ 2x_1 + 6x_2 - 13x_3 + 3x_4 + 9x_5 = 14 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 3x_1 + x_3 + x_4 + 5x_5 = 24 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 6x_4 = -6 \\ x_1 - 6x_2 + 7x_3 - 8x_4 + 15x_5 = 83 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 5x_5 = -29 \end{cases}$
12	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 18 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 3 \\ 11x_2 - 5x_3 + 17x_4 + 21x_5 = 46 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 8x_4 - 7x_5 = -12 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_4 - 3x_5 = -15 \\ 4x_1 + 7x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 1 \\ 7x_1 - 11x_2 - 2x_3 - 4x_4 - 13x_5 = -47 \\ -x_1 + 6x_2 + x_4 + 5x_5 = 16 \end{cases}$
14	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 8x_4 + x_5 = 24 \\ 6x_1 - 2x_2 + 4x_4 = 20 \\ -9x_1 + 13x_2 + 6x_3 + 16x_4 + 3x_5 = 32 \\ 5x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 - 2x_5 = -6 \end{cases}$
15	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 - 2x_5 = -3 \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 5x_4 = -12 \\ 5x_1 + 12x_2 - 3x_3 - x_4 - 6x_5 = 15 \\ -2x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = -10 \end{cases}$
16	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 15 \\ 4x_1 + 3x_2 + 7x_3 - 2x_4 + x_5 = 22 \\ -5x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 10x_4 + 13x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 4x_4 - 4x_5 = 7 \end{cases}$
17	$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 - 2x_5 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 6 \\ -11x_1 + 2x_2 - 14x_3 + 22x_4 - 6x_5 = -15 \\ 4x_1 + 5x_3 - 8x_4 + 2x_5 = 7 \end{cases}$

Продолжение задачи 2.2	
18	$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_4 + 3x_5 = 18 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_4 + 5x_5 = 9 \\ 13x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 9x_4 - x_5 = 36 \\ -3x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 2x_5 = -9 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 9 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 29 \\ 10x_1 - 5x_3 - 8x_4 - 5x_5 = -31 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 20 \end{cases}$
20	$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 - x_5 = -2 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_5 = 6 \\ -3x_1 + 13x_2 - 2x_3 - 9x_4 - 9x_5 = -18 \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 8 \end{cases}$

Задача 2.3*. Найти решение системы линейных уравнений в зависимости от значений параметра λ . При каких значениях λ система допускает решение с помощью обратной матрицы?

№ вар.	
1	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + \lambda x_4 = 3\lambda + 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 - 2x_4 = -\lambda + 12 \\ -7x_1 - 3x_2 + 9x_3 - 17x_4 = -7\lambda - 13 \\ -5x_1 - x_2 + 11x_3 - 19x_4 = -5\lambda - 7 \end{cases}$
2	$\begin{cases} -4x_1 - 5x_2 + 2x_3 + \lambda x_4 = 4\lambda - 1 \\ -2x_1 + 3x_2 + 12x_3 + 17x_4 = 2\lambda - 5 \\ 2x_1 + x_2 + \lambda x_3 - 5x_4 = -4\lambda - 7 \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 - 9x_4 = -3\lambda + 2 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 28x_3 + \lambda x_4 = 12\lambda + 3 \\ 5x_1 - 2x_2 + 17x_3 + 29x_4 = 15\lambda + 18 \\ -x_1 + x_2 - x_3 - 10x_4 = -3\lambda - 6 \\ 3x_1 - 4x_2 + \lambda x_3 + 37x_4 = 8\lambda + 21 \end{cases}$

Продолжение задачи 2.3	
4	$\left\{ \begin{array}{l} -5x_1 + x_2 + \lambda x_3 - 11x_4 = -8\lambda + 22 \\ -x_1 + 2x_2 + 12x_3 + \lambda x_4 = -2\lambda + 4 \\ 7x_1 - 2x_2 + 13x_4 = 14\lambda - 23 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 5x_4 = 6\lambda - 10 \end{array} \right.$
5	$\left\{ \begin{array}{l} -x_1 - 2x_2 + \lambda x_3 - 5x_4 = 4\lambda - 4 \\ x_1 + 7x_2 - 17x_3 + 15x_4 = -3\lambda - 3 \\ -4x_1 + x_2 - 19x_3 + \lambda x_4 = 12\lambda - 12 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 8x_4 = -6\lambda + 5 \end{array} \right.$
6	$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 + \lambda x_3 + 3x_4 = 3\lambda - 4 \\ -x_1 + 4x_2 - 23x_3 - 10x_4 = -\lambda - 14 \\ -3x_1 + 2x_2 - 29x_3 - 20x_4 = -3\lambda - 2 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 + \lambda x_4 = -2\lambda + 7 \end{array} \right.$
7	$\left\{ \begin{array}{l} -x_1 + 4x_2 + 10x_3 - 17x_4 = 2\lambda + 25 \\ 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 13x_4 = -10\lambda + 1 \\ -5x_1 - 2x_2 - 16x_3 + \lambda x_4 = 11\lambda - 31 \\ 2x_1 - x_2 + \lambda x_3 + 6x_4 = -6\lambda + 1 \end{array} \right.$
8	$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 4x_2 - 17x_3 + x_4 = 3\lambda + 2 \\ 5x_1 + 6x_2 - 15x_3 - 9x_4 = 15\lambda - 4 \\ -7x_1 - 5x_2 + \lambda x_3 + 16x_4 = -18\lambda - 3 \\ x_1 - x_2 + 8x_3 + \lambda x_4 = 2\lambda - 5 \end{array} \right.$
9	$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + 11x_4 = -3\lambda - 12 \\ -4x_1 - x_2 - 13x_3 + \lambda x_4 = 6\lambda + 26 \\ -7x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 + 21x_4 = 5\lambda + 40 \\ -3x_1 + x_2 - x_3 + 10x_4 = 3\lambda + 21 \end{array} \right.$
10	$\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 14x_4 = 4\lambda - 8 \\ 3x_1 - x_2 - 23x_3 + \lambda x_4 = 7\lambda + 1 \\ 3x_1 + x_2 - 13x_3 + 7x_4 = 6\lambda - 5 \\ 4x_1 + 5x_2 + \lambda x_3 + 24x_4 = 11\lambda - 17 \end{array} \right.$
11	$\left\{ \begin{array}{l} -x_1 + 3x_2 + 19x_3 - 19x_4 = \lambda - 9 \\ 2x_1 + x_2 + \lambda x_3 + 24x_4 = -3\lambda + 8 \\ x_1 + 5x_2 + 21x_3 + \lambda x_4 = \lambda + 7 \\ 3x_1 - 2x_2 - 22x_3 + 43x_4 = -3\lambda + 20 \end{array} \right.$

Продолжение задачи 2.3	
12	$\left\{ \begin{array}{l} 5x_1 + 3x_2 - x_3 - 3x_4 = 15\lambda + 1 \\ -3x_1 - 2x_2 + \lambda x_3 + x_4 = -11\lambda - 4 \\ -4x_1 - x_2 + 12x_3 + 8x_4 = -12\lambda + 9 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 + \lambda x_4 = -3\lambda + 4 \end{array} \right.$
13	$\left\{ \begin{array}{l} 16x_1 - 3x_2 - 8x_3 + \lambda x_4 = -12\lambda + 15 \\ -6x_1 + x_2 + \lambda x_3 + 2x_4 = 5\lambda - 7 \\ -x_1 + 2x_2 + 15x_3 - 22x_4 = \lambda + 4 \\ -5x_1 + 4x_2 + 27x_3 - 38x_4 = 5\lambda + 2 \end{array} \right.$
14	$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 + 30x_3 + \lambda x_4 = 5\lambda + 6 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 23x_4 = 10\lambda - 25 \\ -x_1 + x_2 + \lambda x_3 - 6x_4 = -3\lambda + 13 \\ 4x_1 - x_2 + 7x_3 + 16x_4 = 8\lambda - 17 \end{array} \right.$
15	$\left\{ \begin{array}{l} -3x_1 + 5x_2 - 12x_3 + \lambda x_4 = 13\lambda - 32 \\ -x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 4\lambda - 13 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 23x_4 = -12\lambda + 15 \\ 2x_1 - 3x_2 + \lambda x_3 + 2x_4 = -4\lambda - 8 \end{array} \right.$
16	$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + \lambda x_4 = 3\lambda + 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 + \lambda x_4 = -\lambda + 5 \\ -7x_1 - 3x_2 + 9x_3 + 6x_4 = -7\lambda - 5 \\ -5x_1 - x_2 + 11x_3 + 2x_4 = -5\lambda - 7 \end{array} \right.$
17	$\left\{ \begin{array}{l} -4x_1 - 5x_2 + 2x_3 + \lambda x_4 = 4\lambda - 1 \\ -2x_1 + 3x_2 + 12x_3 + 27x_4 = 2\lambda - 5 \\ 2x_1 + x_2 + \lambda x_3 - 7x_4 = -4\lambda - 7 \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 - 13x_4 = -3\lambda + 2 \end{array} \right.$
18	$\left\{ \begin{array}{l} 4x_1 + 2x_2 + 28x_3 + \lambda x_4 = 12\lambda + 3 \\ 5x_1 - 2x_2 + 17x_3 + 32x_4 = 15\lambda + 18 \\ -x_1 + x_2 - x_3 - 10x_4 = -3\lambda - 6 \\ 3x_1 - 4x_2 + \lambda x_3 + 36x_4 = 8\lambda + 21 \end{array} \right.$
19	$\left\{ \begin{array}{l} -5x_1 + x_2 + \lambda x_3 + 5x_4 = -8\lambda + 22 \\ -x_1 + 2x_2 + 12x_3 + \lambda x_4 = -2\lambda + 4 \\ 7x_1 - 2x_2 - 7x_4 = 14\lambda - 23 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 = 6\lambda - 10 \end{array} \right.$

Продолжение задачи 2.3				
20	$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + \lambda x_3 - 6x_4 = 4\lambda - 4 \\ x_1 + 7x_2 - 17x_3 + 16x_4 = -3\lambda - 3 \\ -4x_1 + x_2 - 19x_3 + \lambda x_4 = 12\lambda - 12 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 10x_4 = -6\lambda + 5 \end{cases}$			

Задача 3.1. Коллинеарны ли векторы **c** и **d**, построенные по векторам **a** и **b**?

№	a	b	c	d
1	(-3, 5, 4)	(2, 7, -4)	a - 2 b	4 b - 2 a
2	(2, -3, 1)	(-1, 4, 5)	a - 3 b	6 b - 4 a
3	(1, -7, 8)	(5, -3, 2)	5 a + 3 b	4 b - 2 a
4	(-6, 2, -2)	(-4, 6, 5)	2 a + 5 b	10 b + 4 a
5	(-5, 1, 3)	(4, 5, -1)	4 a - 5 b	7 b + 2 a
6	(4, -2, 8)	(-3, 1, 2)	5 a - 2 b	- b - 5 a
7	(7, -6, 3)	(6, -9, 8)	2 a - b	2 b - 4 a
8	(5, -5, 1)	(-1, 3, 7)	7 a - 4 b	5 b + a
9	(2, 4, -6)	(3, 6, -2)	2 a - 3 b	6 b - 5 a
10	(1, 3, -2)	(-2, -1, 5)	- a - 2 b	8 b + 4 a
11	(1, -2, 5)	(4, 3, -1)	2 a + 3 b	2 b - a
12	(5, 3, -1)	(2, 0, 4)	3 a - b	2 b - 6 a
13	(0, -2, 1)	(-1, 2, 3)	3 a - 3 b	4 b - 2 a
14	(9, 3, 1)	(1, 7, -3)	3 a + 2 b	b + 2 a
15	(5, 3, -1)	(-1, 3, 2)	4 a - b	8 b - 2 a
16	(7, 3, 2)	(-1, 2, 5)	2 a + 3 b	6 b + 4 a
17	(-3, 6, 1)	(5, -4, 2)	4 a - 2 b	b - 2 a
18	(-2, 2, 1)	(-2, 7, 4)	5 a + b	-2 b - a
19	(4, 2, -1)	(8, 3, 0)	6 a - b	-2 b - 2 a
20	(-3, 3, 1)	(7, -4, 2)	3 a - 2 b	6 b - 9 a

Задача 3.2. Найти:

- 1) координаты точки A , равноудаленной от точек B и C ,
- 2) координаты середины отрезка BC .

№ вар.			
1	$A(x, 0, 0)$	$B(2, 4, -6),$	$C(4, -5, 3)$
2	$A(0, y, 0)$	$B(-1, -5, 5)$	$C(4, -2, -9)$
3	$A(0, 0, z)$	$B(4, -3, 2)$	$C(5, -5, 1)$
4	$A(x, 0, 0)$	$B(-5, 4, -3)$	$C(-3, 2, -7)$
5	$A(0, y, 0)$	$B(-8, -6, 2)$	$C(-1, -3, 4)$
6	$A(0, 0, z)$	$B(-3, 7, 1)$	$C(6, 4, -2)$
7	$A(x, 0, 0)$	$B(4, 7, -4)$	$C(-2, 4, 1)$
8	$A(0, y, 0)$	$B(5, 3, -2)$	$C(5, -5, 6)$
9	$A(0, 0, z)$	$B(-2, 3, -7)$	$C(1, 3, -6)$
10	$A(x, 0, 0)$	$B(6, 6, -4)$	$C(4, -1, 3)$
11	$A(0, y, 0)$	$B(-3, 9, 5)$	$C(2, 7, 6)$
12	$A(0, 0, z)$	$B(-2, 5, -6)$	$C(-1, 6, -4)$
13	$A(x, 0, 0)$	$B(1, -3, 6)$	$C(-2, 4, 8)$
14	$A(0, y, 0)$	$B(4, -5, 7)$	$C(3, -7, -5)$
15	$A(0, 0, z)$	$B(2, 5, 8)$	$C(4, -3, 9)$
16	$A(x, 0, 0)$	$B(-7, 3, -4)$	$C(-6, 4, -8)$
17	$A(0, y, 0)$	$B(-1, 9, 4)$	$C(-10, 5, -3)$
18	$A(0, 0, z)$	$B(-3, -2, 4)$	$C(4, -5, 6)$
19	$A(x, 0, 0)$	$B(12, 6, -3)$	$C(10, -5, 6)$
20	$A(0, y, 0)$	$B(2, -5, -7)$	$C(-1, -6, -5)$

Задача 3.3. Вычислить:

- 1) угол между векторами $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$,
- 2) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$.

№ вар.	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$ \mathbf{p} $	$ \mathbf{q} $	$(\widehat{\mathbf{p}, \mathbf{q}})$
1	$2\mathbf{p} + \mathbf{q}$	$\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$	3	$2\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{4}$
2	$3\mathbf{p} - \mathbf{q}$	$\mathbf{p} - \mathbf{q}$	$\sqrt{3}$	2	$\frac{\pi}{6}$

Продолжение задачи 3.3					
3	$p - 4q$	$3p + q$	2	2	$\frac{2\pi}{3}$
4	$p + 2q$	$-p + 2q$	1	$\sqrt{2}$	$\frac{3\pi}{4}$
5	$2p - 3q$	$p - 4q$	4	1	$\frac{\pi}{3}$
6	$p + 3q$	$-2p + 3q$	$2\sqrt{2}$	2	$\frac{\pi}{4}$
7	$3p - 4q$	$-2p - q$	2	$2\sqrt{3}$	$\frac{5\pi}{6}$
8	$3p + 2q$	$4p - q$	1	2	$\frac{\pi}{3}$
9	$4p - 2q$	$p + q$	$\sqrt{3}$	3	$\frac{\pi}{6}$
10	$3p + 2q$	$p - 2q$	$\sqrt{2}$	3	$\frac{3\pi}{4}$
11	$2p + 3q$	$-p - 3q$	3	$2\sqrt{3}$	$\frac{5\pi}{6}$
12	$3p + q$	$2p - 4q$	4	2	$\frac{\pi}{3}$
13	$p - 3q$	$3p + q$	$\sqrt{3}$	2	$\frac{\pi}{6}$
14	$2p - q$	$-p + 3q$	3	$2\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{4}$
15	$-4p + q$	$-3p - q$	2	3	$\frac{2\pi}{3}$
16	$3p - 2q$	$p + 2q$	$\sqrt{2}$	1	$\frac{3\pi}{4}$
17	$p - q$	$2p + 3q$	2	$\sqrt{3}$	$\frac{\pi}{6}$
18	$2p - 3q$	$-2p - 3q$	3	1	$\frac{\pi}{3}$
19	$-2p + q$	$-p + q$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{3\pi}{4}$

Продолжение задачи 3.3					
20	$-3\mathbf{p} + 2\mathbf{q}$	$-\mathbf{p} + 2\mathbf{q}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{5\pi}{6}$

Задача 3.4. В треугольнике с вершинами A , B и C найти:

- 1) величину угла при вершине A ,
- 2) основание биссектрисы BL ,
- 3) длину медианы AM , проведенной из точки A ,
- 4) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC ,
- 5) площадь треугольника ABC ,
- 6) длину высоты BD .

№			
1	$A(2, 1, -3)$	$B(1, 0, -2)$	$C(-1, 2, 0)$
2	$A(4, 5, -1)$	$B(2, 1, -1)$	$C(-4, 1, 2)$
3	$A(0, 1, -6)$	$B(-1, 0, -4)$	$C(3, 8, 0)$
4	$A(3, 2, 3)$	$B(1, 2, 3)$	$C(1, 2, -2)$
5	$A(6, -2, -3)$	$B(3, -2, 0)$	$C(-4, 5, 0)$
6	$A(1, 3, 0)$	$B(0, 4, 1)$	$C(5, -1, 6)$
7	$A(2, 7, -2)$	$B(2, 5, -2)$	$C(2, 5, 5)$
8	$A(0, 4, -5)$	$B(-4, 8, 3)$	$C(-3, 6, 4)$
9	$A(0, 2, -1)$	$B(1, 1, 1)$	$C(7, 4, -2)$
10	$A(1, 4, 0)$	$B(6, -1, 10)$	$C(4, -3, 6)$
11	$A(-4, 3, -5)$	$B(3, -4, 2)$	$C(6, -1, 5)$
12	$A(6, 0, 8)$	$B(1, 0, -2)$	$C(2, -2, -2)$
13	$A(-3, 2, 4)$	$B(3, -1, 1)$	$C(7, 7, -3)$
14	$A(2, 3, 2)$	$B(2, -4, -5)$	$C(0, -4, -3)$
15	$A(6, 0, 4)$	$B(1, -5, 9)$	$C(4, -2, 12)$
16	$A(3, -2, 5)$	$B(3, 1, 2)$	$C(1, -1, 2)$
17	$A(2, -3, 1)$	$B(-4, -1, 3)$	$C(-3, 0, 0)$
18	$A(3, 4, 2)$	$B(3, 1, -4)$	$C(1, 1, -3)$

Продолжение задачи 3.4			
19	$A(-3, 6, 3)$	$B(1, 2, 3)$	$C(4, 2, 0)$
20	$A(4, 2, 4)$	$B(1, 2, 1)$	$C(6, -3, 1)$

Задача 3.5. При каком значении параметра λ векторы **a**, **b** и **c** будут компланарны?

№	a	b	c
1	$(1, -2, -3)$	$(3, -1, 2)$	$(\lambda, -5, -4)$
2	$(-3, 1, 3)$	$(5, -4, 2)$	$(\lambda, -\lambda, \lambda)$
3	$(5, -1, 3)$	$(-3, 2, 1)$	$(-1, 3, \lambda)$
4	$(3, -2, 2)$	$(1, 2, 2)$	$(5, \lambda, 3)$
5	$(-1, 2, -3)$	$(\lambda, 3, 2)$	$(4, 3, 1)$
6	$(5, 4, 9)$	$(-1, 2, 1)$	$(4, 5, \lambda)$
7	$(3, 2, -5)$	$(1, -3, 2)$	$(8, \lambda, 1)$
8	$(5, -4, 6)$	$(3, 2, 8)$	$(4, -1, \lambda)$
9	$(7, 3, 1)$	$(-2, 4, 3)$	$(3, \lambda, 7)$
10	$(3, 5, 1)$	$(-4, 3, 2)$	$(\lambda, 7, 0)$
11	$(1, -1, 6)$	$(-2, 3, 4)$	$(7, \lambda, 10)$
12	$(2, 7, -1)$	$(5, -2, 3)$	$(16, 17, \lambda)$
13	$(3, -5, 1)$	$(2, 7, -3)$	$(\lambda, 11, -7)$
14	$(4, -5, 3)$	$(9, 4, 7)$	$(6, \lambda, 5)$
15	$(7, -3, 1)$	$(2, 1, -3)$	$(4, -11, \lambda)$
16	$(4, -1, 2)$	$(1, 3, 5)$	$(\lambda, 15, 14)$
17	$(1, 2, -4)$	$(-5, 3, 6)$	$(-11, \lambda, 2)$
18	$(1, -3, 7)$	$(5, 4, -2)$	$(13, -1, \lambda)$
19	$(3, 2, 4)$	$(-7, 1, 5)$	$(-5, 6, \lambda)$
20	$(1, -5, 4)$	$(-2, 3, 6)$	$(5, 3, \lambda)$

Задача 3.6.

Даны векторы $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$, $\mathbf{d} = \overrightarrow{OD}$.

- 1) Показать, что векторы $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ не компланарны.
- 2) Разложить вектор $\mathbf{d}$ по векторам $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$. Линейную систему решить двумя способами: методом Крамера и с помощью обратной матрицы. Сделать проверку.
- 3) Лучи OA , OB , OC являются ребрами трехгранного угла T . Лежит ли точка D внутри T , вне T , на одной из границ T (на какой)?
- 4) При каких значениях λ вектор $\mathbf{d} + \lambda\mathbf{a}$, отложенный от точки O , лежит внутри трехгранного угла T ?

№	$\mathbf{a}$	$\mathbf{b}$	$\mathbf{c}$	$\mathbf{d}$
1	(1, 1, 2)	(2, -1, 2)	(-1, 3, 1)	(3, 4, 7)
2	(2, 1, 0)	(1, 0, 1)	(4, 2, 1)	(3, 1, 3)
3	(1, 3, 2)	(-2, 1, -1)	(5, -2, 3)	(10, -7, 5)
4	(0, 5, 1)	(3, 2, -1)	(-1, 1, 0)	(-15, 5, 6)
5	(2, 4, 1)	(1, 3, -5)	(1, 2, 1)	(3, 5, 6)
6	(1, 4, 1)	(-3, 2, 0)	(1, -1, 2)	(5, 10, 7)
7	(1, 2, -1)	(1, -1, 3)	(2, 2, 1)	(2, -5, 11)
8	(1, 1, 0)	(0, 1, -2)	(1, 0, 3)	(2, -1, 11)
9	(1, -2, 5)	(1, 0, 3)	(2, -1, 3)	(6, 3, -5)
10	(1, 2, -1)	(3, 0, 2)	(-1, 1, 1)	(8, 1, 12)
11	(1, 2, 1)	(-1, 2, 2)	(3, 1, -1)	(7, 3, -2)
12	(1, 1, 4)	(0, -3, 2)	(2, 1, -1)	(6, 5, -14)
13	(3, 2, 1)	(1, -1, -2)	(-2, 3, 5)	(7, 4, 1)
14	(1, 2, -1)	(3, 1, -2)	(-1, 1, 1)	(2, 3, 0)
15	(2, 1, 3)	(-1, -2, 1)	(3, 5, -2)	(18, 23, 1)
16	(-2, 0, 1)	(1, 3, -1)	(0, 4, 1)	(-5, -5, 5)
17	(2, -1, 1)	(-1, 3, 1)	(2, 1, 2)	(1, 18, 11)
18	(2, 1, -1)	(0, 3, 2)	(1, -1, 1)	(1, -4, 4)
19	(-2, 1, 5)	(1, 3, -2)	(-1, 2, 3)	(-1, 14, 5)

Продолжение задачи 3.6				
№	a	b	c	d
20	(1, 0, 2)	(0, 1, 1)	(2, -1, 4)	(1, 1, 4)

Задача 3.7. В тетраэдре $ABCD$ вычислить:

- 1) объем тетраэдра $ABCD$,
- 2) высоту тетраэдра, опущенную из вершины D на грань ABC .

№				
1	$A(2, 3, -2)$	$B(3, 1, 0)$	$C(-2, 2, 1)$	$D(6, 1, -1)$
2	$A(-2, 3, -1)$	$B(0, 4, 1)$	$C(1, 5, -3)$	$D(-1, 2, 4)$
3	$A(1, 0, -3)$	$B(1, 5, 1)$	$C(-1, 1, 1)$	$D(3, 1, -1)$
4	$A(1, -5, 1)$	$B(7, -2, 1)$	$C(6, -3, -1)$	$D(9, 1, 8)$
5	$A(-2, 3, 0)$	$B(4, 5, 1)$	$C(3, 3, 0)$	$D(-2, -2, -4)$
6	$A(-1, 3, 1)$	$B(3, 6, 1)$	$C(-1, 1, 2)$	$D(1, -4, -1)$
7	$A(2, -1, 1)$	$B(-1, 2, 4)$	$C(1, 1, 3)$	$D(3, -1, -5)$
8	$A(0, -1, 2)$	$B(1, 3, 1)$	$C(-2, 3, -1)$	$D(1, -3, 0)$
9	$A(-3, 4, 1)$	$B(2, 8, 1)$	$C(0, 6, -1)$	$D(-1, -4, 1)$
10	$A(-3, 1, 1)$	$B(5, 0, 3)$	$C(-2, 1, -2)$	$D(5, -1, 1)$
11	$A(-2, -2, 3)$	$B(1, 1, 8)$	$C(3, 2, 7)$	$D(-2, -5, -4)$
12	$A(-1, 3, 1)$	$B(-3, 1, 0)$	$C(0, 2, 1)$	$D(-8, 1, -1)$
13	$A(-3, 1, -4)$	$B(-1, 2, 1)$	$C(0, -2, -1)$	$D(3, 4, -1)$
14	$A(4, 1, -1)$	$B(1, 5, 1)$	$C(-1, -1, 1)$	$D(-2, -9, 0)$
15	$A(2, 0, -1)$	$B(-8, 2, 0)$	$C(0, 1, 1)$	$D(6, -2, -2)$
16	$A(-1, 3, -3)$	$B(0, 7, 1)$	$C(1, 4, 1)$	$D(-2, 5, -1)$
17	$A(-2, 1, 0)$	$B(3, 5, 0)$	$C(0, -3, -1)$	$D(-1, 6, 1)$
18	$A(-1, 2, 4)$	$B(-3, 0, 1)$	$C(-5, -1, 1)$	$D(-5, 1, 2)$
19	$A(1, -2, 1)$	$B(1, -1, -1)$	$C(-7, 0, 1)$	$D(-5, 1, 1)$
20	$A(-3, 2, 1)$	$B(-4, -1, 4)$	$C(-2, 0, 3)$	$D(2, 1, 4)$

Задача 4.1. Написать уравнение прямой, проходящей через точки A и B . Найти угол наклона полученной прямой к положительному направлению оси Ox .

№			№		
1	$A(1, 1)$	$B(2, -3)$	2	$A(2, 5)$	$B(-1, 0)$
3	$A(-3, 2)$	$B(1, 4)$	4	$A(0, -2)$	$B(2, -1)$
5	$A(6, -1)$	$B(2, 2)$	6	$A(-5, 3)$	$B(0, 4)$
7	$(4, -3)$	$B(1, -1)$	8	$A(1, -4)$	$B(2, -6)$
9	$A(7, 0)$	$B(5, 1)$	10	$A(4, 5)$	$B(-3, -1)$
11	$A(1, -3)$	$B(4, 2)$	12	$A(2, 0)$	$B(5, -1)$
13	$A(-3, 4)$	$B(2, 1)$	14	$A(0, -1)$	$B(-2, 2)$
15	$A(6, 2)$	$B(-1, 3)$	16	$A(-5, 4)$	$B(3, 0)$
17	$A(4, -1)$	$B(-3, 1)$	18	$A(1, -6)$	$B(-4, 2)$
19	$A(7, 1)$	$B(0, 5)$	20	$A(4, 1)$	$B(5, -3)$

Задача 4.2. Найти:

- 1) уравнение перпендикуляра к прямой L , проходящего через точку A ,
 - 2) проекцию точки A на прямую L ,
 - 3) точку, симметричную точке A относительно прямой L ,
 - 4) уравнение прямой, равноудаленной от прямой L и точки A .
- Сделать чертеж.

№ вар.		
1	$L : 3x + 4y - 11 = 0$	$A(4, 6)$
2	$L : 4x - 3y + 21 = 0$	$A(-7, 6)$
3	$L : 2x + 3y + 11 = 0$	$A(-6, -4)$
4	$L : -3x + 2y + 6 = 0$	$A(-1, 2)$
5	$L : 5x + 2y - 13 = 0$	$A(-2, -3)$
6	$L : 2x - 5y + 13 = 0$	$A(3, -2)$
7	$L : 5x + 3y - 1 = 0$	$A(4, 5)$
8	$L : 3x - 5y + 12 = 0$	$A(-7, 5)$

Продолжение задачи 4.2		
9	$L : 4x + 5y - 6 = 0$	$A(-5, -3)$
10	$L : 5x - 4y + 6 = 0$	$A(3, -5)$
11	$L : 5x + 3y - 4 = 0$	$A(4, 6)$
12	$L : 3x - 5y + 17 = 0$	$A(-7, 6)$
13	$L : 4x + 5y + 3 = 0$	$A(-6, -4)$
14	$L : -5x + 4y + 28 = 0$	$A(-1, 2)$
15	$L : 3x + 4y - 7 = 0$	$A(-2, -3)$
16	$L : 4x - 3y + 7 = 0$	$A(3, -2)$
17	$L : 2x + 3y - 10 = 0$	$A(4, 5)$
18	$L : 3x - 2y + 18 = 0$	$A(-7, 5)$
19	$L : 5x + 2y + 2 = 0$	$A(-5, -3)$
20	$L : -2x + 5y + 2 = 0$	$A(3, -5)$

Задача 4.3. Даны координаты точек A , B , C и D . Найти:

1. уравнение грани BCD ,
2. уравнение плоскости, проходящей через точку A параллельно плоскости BCD ,
3. канонические уравнения прямой, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости BCD ,
4. параметрические уравнения медианы BM треугольника BCD , проведенной из точки B ,
5. уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно медиане BM ,
6. доказать, что прямые AD и BM скрещиваются, найти угол между прямыми,
7. угол между гранями ACD и BCD ,
8. угол между прямой AD и гранью BCD .

Координаты точек A , B , C и D взять из задачи 3.7.

Задача 4.4. Составить канонические уравнения прямой, заданной общим уравнением.

1	$\begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ x - y - z - 2 = 0 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 3x - y + z + 7 = 0 \\ -6x + 5y - 2z - 26 = 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x + y - z - 9 = 0 \\ y + 2z + 4 = 0 \end{cases}$	4	$\begin{cases} -3x + y + 2z + 4 = 0 \\ 4x - 3y - 6z - 7 = 0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} x + 2y - 11 = 0 \\ 3x + 4z - 3 = 0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x + 3y - z + 15 = 0 \\ -4x - 6y - 3z - 10 = 0 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ -2y + z + 3 = 0 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x + 2y + z + 13 = 0 \\ y + 3z - 4 = 0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} -3y + z + 7 = 0 \\ 3x + 4y + 10 = 0 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 2x + z - 10 = 0 \\ x + y + 3z - 4 = 0 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 5x + y + z + 28 = 0 \\ -x - 7 = 0 \end{cases}$	12	$\begin{cases} x + 3y - 7z - 51 = 0 \\ y - 7 = 0 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 2x + 5y + 3z - 9 = 0 \\ z + 5 = 0 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 2x - y + 3z - 25 = 0 \\ x + y - 3z + 25 = 0 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 2x - 5y + 6z - 62 = 0 \\ -x + 3y - 3z + 34 = 0 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 4x + y - 7z + 11 = 0 \\ -8x - 2y + 3z - 22 = 0 \end{cases}$
17	$\begin{cases} x - y + z - 2 = 0 \\ 2y + 3z + 43 = 0 \end{cases}$	18	$\begin{cases} x - 7y + 4z - 34 = 0 \\ -2x + 14y - 3z + 43 = 0 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 4x - y + 3z - 23 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 3x + y + 4z = 0 \\ x + y + 4z + 16 = 0 \end{cases}$

Задача 4.5. Найти

1. проекцию D точки M на прямую L , расстояние от точки M до прямой L , точку M' , симметричную точке M относительно прямой (для нечетных вариантов),
2. проекцию D точки M на плоскость P , расстояние от точки

M до плоскости P , точку M' , симметричную точке M относительно плоскости P (для четных вариантов).

№ вар.		
1	$M(2, -2, -1)$	$L : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1/2}{1} = \frac{z-1/2}{-1}$
2	$M(1, 0, 2)$	$P : 2x + 4y + 4z - 1 = 0$
3	$M(1, 3, -1)$	$L : \frac{x-3}{1} = \frac{y-1/2}{0} = \frac{z+2}{-1}$
4	$M(2, 1, -1)$	$P : 4x + 8y - 2z + 3 = 0$
5	$M(-1, 2, 3)$	$L : \frac{x+5/2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1/2}{0}$
6	$M(1, -2, 3)$	$P : 2x - 4y - 5 = 0$
7	$M(1, 0, 1)$	$L : \frac{x+3/2}{2} = \frac{y-8/3}{-3} = \frac{z}{1}$
8	$M(1, 0, 2)$	$P : x + y + 2z - 2 = 0$
9	$M(-2, 2, 2)$	$L : \frac{x+2}{0} = \frac{y-3/2}{2} = \frac{z+3/2}{-1}$
10	$M(3, -1, -2)$	$P : 2x - 3z + 1 = 0$
11	$M(-1, -1, -3)$	$L : \frac{x-3/2}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+3}{-2}$
12	$M(-2, 0, 1)$	$P : 4y + 2z - 7 = 0$
13	$M(3, 1, -2)$	$L : \frac{x+2}{-1} = \frac{y-5/2}{4} = \frac{z-3}{2}$
14	$M(1, -3, -2)$	$P : 2x - 4y + 4z + 3 = 0$
15	$M(-3, 1, -2)$	$L : \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3/2}{5} = \frac{z+5/4}{2}$

Продолжение задачи 4.5		
16	$M(0, -1, 2)$	$P : 4x - 2y + 4z - 1 = 0$
17	$M(1, 2, -2)$	$L : \frac{x - 1/2}{1} = \frac{y + 1/2}{-1} = \frac{z + 2}{0}$
18	$M(1, 3, -1)$	$P : 8x + 10y + 8z + 27 = 0$
19	$M(3, -1, 1)$	$L : \frac{x - 4/3}{1} = \frac{y - 2/3}{3} = \frac{z + 2/3}{-5}$
20	$M(-2, 3, 1)$	$P : x - 2z - 1 = 0$

Задача 5.1. Составить уравнение геометрического места точек плоскости, координаты которых удовлетворяют заданному условию. Выяснить тип полученной кривой, сделать чертеж.

1. Составить уравнение кривой, сумма расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-2, 3)$ и $F_2(4, 3)$ равна 10.
2. Составить уравнение кривой, модуль разности расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-6, 1)$ и $F_2(4, 1)$ равен 8.
3. Составить уравнение кривой, каждая точка которой равноудалена от заданных прямой $x = 2$ и точки $F(6, 2)$.
4. Составить уравнение кривой, сумма расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(2, -5)$ и $F_2(2, 3)$ равна 10.
5. Составить уравнение кривой, модуль разности расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(3, -7)$ и $F_2(3, 3)$ равен 6.
6. Составить уравнение кривой, каждая точка которой равноудалена от заданных прямой $x = 3$ и точки $F(-5, 3)$.

7. Составить уравнение кривой, сумма расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-8, 4)$ и $F_2(4, 4)$ равна 20.
8. Составить уравнение кривой, модуль разности расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-6, 1)$ и $F_2(14, 1)$ равен 16.
9. Составить уравнение кривой, каждая точка которой равноудалена от заданных прямой $y = 3$ и точки $F(2, 7)$.
10. Составить уравнение кривой, сумма расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-3, -6)$ и $F_2(-3, 10)$ равна 20.
11. Составить уравнение кривой, модуль разности расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-1, -14)$ и $F_2(-1, 6)$ равен 12.
12. Составить уравнение кривой, каждая точка которой равноудалена от заданных прямой $y = 2$ и точки $F(1, -4)$.
13. Составить уравнение кривой, сумма расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-7, 5)$ и $F_2(3, 5)$ равна 26.
14. Составить уравнение кривой, модуль разности расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-10, -2)$ и $F_2(16, -2)$ равен 10.
15. Составить уравнение кривой, каждая точка которой равноудалена от заданных прямой $x = 7$ и точки $F(-3, -6)$.
16. Составить уравнение кривой, сумма расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(4, -11)$ и $F_2(4, 13)$ равна 26.
17. Составить уравнение кривой, модуль разности расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-5, -9)$ и $F_2(-5, 17)$ равен 24.

18. Составить уравнение кривой, каждая точка которой равноудалена от заданных прямой $y = 4$ и точки $F(2, -6)$.
19. Составить уравнение кривой, сумма расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-9, 1)$ и $F_2(7, 1)$ равна 34.
20. Составить уравнение кривой, модуль разности расстояний от каждой точки которой до двух заданных точек $F_1(-16, 3)$ и $F_2(18, 3)$ равен 16.

Задача 5.2. 1) Привести уравнение поверхности второго порядка к каноническому виду.

2) Определить тип поверхности. Сделать чертеж.

3) Нарисовать сечения поверхности координатными плоскостями. Определить фокусы и асимптоты полученных кривых.

4) По одну или по разные стороны от поверхности лежат точки M_1 и M_2 ?

5) Сколько точек пересечения с поверхностью имеет прямая, проходящая через эти две точки?

№		
1	$x^2 + y^2 + 2z^2 - 2x + 2y - 2 = 0$	$M_1(1, -1, 1)$ $M_2(3, 1, 1)$
2	$2x^2 + y^2 - 4y - 2z + 2 = 0$	$M_1(2, 2, 1)$ $M_2(-1, 2, -2)$
3	$2x^2 + 4y^2 - z^2 - 4x + 6z - 7 = 0$	$M_1(-3, 1, 5)$ $M_2(3, 1, -1)$
4	$9x^2 + 4y^2 - 36z^2 - 18x + 16y - 11 = 0$	$M_1(1, -2, 0)$ $M_2(3, -1, 1)$
5	$x^2 + y^2 + 2z^2 - 4x + 2y + 1 = 0$	$M_1(2, 0, \sqrt{2})$ $M_2(2, 1, \sqrt{2})$
6	$2x^2 + y^2 + 12x + 2z + 16 = 0$	$M_1(-2, 1, -2)$ $M_2(-4, -1, 4)$

Продолжение задачи 5.2		
№		
7	$2x^2 + 4y^2 - z^2 - 8y - 4z = 0$	$M_1(-2, 1, 2)$ $M_2(4, 4, -4)$
8	$9x^2 + 4y^2 - 36z^2 - 8y - 72z - 68 = 0$	$M_1(-2, 10, -2)$ $M_2(4, -8, 1)$
9	$x^2 + y^2 + 2z^2 - 4x + 6y + 9 = 0$	$M_1(2, -3, 0)$ $M_2(4, -5, 2)$
10	$4x^2 + 9y^2 + 54y - 36z + 117 = 0$	$M_1(1, -1, 1)$ $M_2(-3, -1, -3)$
11	$x^2 + 2y^2 + 8x + 2z + 12 = 0$	$M_1(-4, 0, 2)$ $M_2(-3, 2, 3)$
12	$2x^2 + 4y^2 - z^2 + 4x - 8y + 4z + 2 = 0$	$M_1(1, 1, 0)$ $M_2(-3, 3, 8)$
13	$9x^2 - 4y^2 - 36z^2 + 18x + 72z - 63 = 0$	$M_1(-7, 6, 3)$ $M_2(5, -3, 0)$
14	$9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y + 36z - 11 = 0$	$M_1(3, -1, 0)$ $M_2(3, -1, 8)$
15	$9x^2 + 4y^2 - 36z^2 + 36x - 8y - 72z + 4 = 0$	$M_1(2, -2, -4)$ $M_2(-4, 7, 2)$
16	$x^2 + y^2 + 2z^2 - 6x + 4z + 7 = 0$	$M_1(3, 0, 0)$ $M_2(5, 2, 0)$
17	$9x^2 + 4y^2 - 36z^2 - 36x - 24y + 36 = 0$	$M_1(2, 3, 0)$ $M_2(4, 4, 1)$
18	$2x^2 + 4y^2 - z^2 + 12x - 8y - 2z + 3 = 0$	$M_1(-3, 1, -1)$ $M_2(-4, 3, 3)$
19	$2x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 8z + 21 = 0$	$M_1(3, -1, -4)$ $M_2(3, 1, -2)$
20	$4x^2 + 9y^2 - 36z^2 + 16x - 36y + 16 = 0$	$M_1(4, 6, -2)$ $M_2(-8, -2, 2)$